

М. Н. МАКСУМОВ

ДРЕЙФОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ
ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ЗВЕЗДНОЙ СИСТЕМЕ

Исследована локальная устойчивость бароподобного возмущения, распространяющегося в дифференциально вращающейся осесимметричной звездной системе. Показано существование специфической неустойчивости, связанной с дрейфовым движением звезд вследствие дифференциальности вращения. Кратко обсуждается также роль дрейфовой неустойчивости в формировании спиральной структуры на основании предположения о волновой природе последней.

DRIFT OVERSTABILITY OF A DIFFERENTIALLY ROTATING AXISYMMETRIC STELLAR SYSTEM. by M. N. Maksumov. Local stability of a disturbance to be similar to a bar and to propagate through a differentially rotating axisymmetric stellar system has been investigated. It is shown that there is the specific overstability to be connected with drift motions of stars due to differential rotation. Proceeding from the assumption that the spiral structure has the wave nature the role of the drift overstability in its formation is discussed briefly as well.

1. Динамические свойства звездных систем определяются распределением взаимодействующих между собой звезд в пространстве и по скоростям. Причем динамика и структура взаимозависимы, поскольку развивающиеся в звездной системе динамические процессы приводят к наблюдаемым структурным изменениям. Из этого исходит и развивающаяся в последнее время динамическая теория спиральной структуры галактик.

В большой степени о характере эволюции звездных систем со временем и о структурных изменениях в них позволяет судить поведение малых возмущений функции распределения (функции фазовой плотности) и гравитационного потенциала. Отсюда вытекает важность изучения динамики малых возмущений для решения вопроса об устойчивости (или неустойчивости) данного стационарного состояния звездной системы.

В исследованиях гравитационной устойчивости звездных систем методами теории коллективных явлений, учитывающей самосогласованное ньютоновское взаимодействие, пренебрегается их пространственной неоднородностью [1—12]. Имеется в виду не то, что совсем не учитывается зависимость от пространственных координат. Это в приближении геометрической оптики или другими способами делается во многих работах (например, [5], [7], [12]), особенно в работах, связанных с волновой теорией спиральной структуры галактик [13—18]. Имеется же в виду пренебрежение всей совокупностью динамических эффектов, связанных с дрейфовыми движениями частиц в пространственно неоднородных системах, аналогичных изучавшимся в плазменной физике [19—28]. На необходимость учета таких эффектов уже указывалось в работе [18], в которой установлено, что при учете переменности фазовой плотности в конфигурационном пространстве течение динамических процессов изменяется.

В работах [1—18] показано, что, как и в плазме, причиной неустойчивости, развивающейся в звездных системах, может быть от-

клонение (в самом широком смысле) распределения остаточных скоростей от максвелловского, что ведет к развитию кинетической неустойчивости, связанной с фазовым резонансом. Гидродинамическая же (джинсовская) неустойчивость может развиваться лишь на неравновесном фоне. Очевидно поэтому, что дрейфовые движения, связанные с пространственной неоднородностью фазовой плотности или с дифференциальностью вращения, должны обуславливать специфические неустойчивости. Эти неустойчивости могут служить, во-первых, альтернативным механизмом формирования спиральной структуры в волновой концепции последней. Во-вторых, асимметрия, связанная с односторонностью дрейфового движения звезд, может объяснить направление закрутки спиральных ветвей. Наконец, что особенно важно, такие неустойчивости могут быть, по-видимому, единственным механизмом формирования спиральных ветвей в системах со слабой сферической подсистемой. Таковы причины, оправдывающие интерес к этим неустойчивостям. Более подробно вопросы, связанные со спиральной структурой, будут рассмотрены особо. Здесь же будет показано только существование неустойчивости, вызванной дифференциальностью вращения.

Существование такой неустойчивости следует из простых качественных соображений. В осесимметричной дифференциально вращающейся системе, к примеру, звезды совершают эпиклическое движение на расстоянии, при котором гравитационное притяжение уравновешено центробежной силой. При не очень сильной дифференциальности вращения, как показывает приведенное ниже решение уравнений движения, звезда в каждой точке, в дополнение к эпиклическому движению, которое он совершала бы в отсутствие дифференциальности вращения, испытывает дрейф (движение с некоторой постоянной скоростью) по поверхности постоянного значения эффективного гравитационного потенциала, равного сумме собственного гравитационного и центробежного потенциала. Направление дрейфа перпендикулярно вектору вращения и градиенту угловой скорости. Поэтому возмущение, распространяющееся по направлению¹ дрейфового движения звезд с соответствующей скоростью, будет эффективно взаимодействовать с ними и нарастать.

Ниже рассмотрены малые возмущения δf функции распределения f и Ψ гравитационного потенциала Ψ , наложенные на стационарное состояние, характеризуемое значениями f^0 и Ψ^0 последних, дифференциально вращающейся осесимметричной звездной системы. Рассмотрение ведется с помощью уравнений Больцмана для f и Пуассона для Ψ в цилиндрических координатах (ρ, φ, z) конфигурационного пространства в ось Oz , направленной вдоль оси вращения системы. В пространстве скоростей введены переменные $(v_\perp = \sqrt{v_\rho^2 + v_\varphi^2}, \alpha = \operatorname{arctg} v_\varphi / v_\rho, v_z)$, где v_ρ, v_φ, v_z — проекции остаточной скорости звезды на цилиндрические оси координат. Угловая скорость $\Omega = \Omega(\rho)$ в цилиндрических координатах. Чтобы иметь возможность свободнее распоряжаться функцией распределения, предполагается, что звезды удерживаются большой массой, расположенной на оси системы и компенсирующей вращение, которое, таким образом, достаточно быстрое. Так что $4\pi G\mu/\rho = \Omega^2\rho$, где G — ньютонаовская гравитационная постоянная, $\mu = \text{const}$ — масса на единицу длины вдоль оси цилиндра. Этим же обеспечивается и слабая дифференциальность вращения, так как $\Omega \sim \rho^{-1}$. Круговая скорость $(\Omega \cdot \rho)$ тогда постоянна. Рассмотрение

погано

¹ Имеется в виду соответствующее координатное направление.

проводится достаточно определенной функции r . Рассмотрение бароподобной теории спиральной структуры с указанием на возможные возмущения функции радиуса. Решение стационарного движения в стационарном неаризованного уравнения малому параметру $(2\Omega)^{-1}$.

2. Запишем кинетические уравнения, выделяя круговую складку:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_\rho \cdot \frac{\partial f}{\partial \rho} +$$

$$+ \Omega^2 \rho + 2\Omega \cdot v_\varphi$$

$$- [2\Omega +$$

Для дальнейших вычислений (v_\perp, α, v_z) :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_\perp \cos \alpha \cdot \frac{\partial f}{\partial \rho} +$$

$$+ \left(\left[\frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \cos \alpha \right.$$

$$+ \left(- \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \frac{\sin \alpha}{v_\perp} + \right)$$

$$- (2\Omega +$$

Линеаризуем кинетическое уравнение

$$f = f^0 + \delta f$$

при условиях:

$$\frac{\partial f^0}{\partial t} = \frac{\partial \Psi^0}{\partial t} = 0$$

$$v_\perp \cos \alpha \cdot \frac{\partial f^0}{\partial \rho} + \left(\left[\frac{\partial \Psi^0}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \cos \alpha \right.$$

$$+ \left(- \left[\frac{\partial \Psi^0}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \frac{\sin \alpha}{v_\perp} + \right)$$

$$- (2\Omega +$$

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + v_\perp \cos \alpha \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \rho} +$$

$$+ \left(\left[\frac{\partial \Psi^0}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \cos \alpha \right.$$

$$+ \left(- \left[\frac{\partial \Psi^0}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \frac{\sin \alpha}{v_\perp} + \right)$$

$$- (2\Omega + \frac{1}{2} \rho \frac{d\Omega}{d\rho})$$

проводится достаточно общим методом, который конкретизируется для определенной функции распределения f^0 и бароподобного возмущения. Рассмотрение бароподобного возмущения включает в рамки волновой теории спиральной структуры и спирали с большим углом наклона с указанием на возможный механизм их образования. Уравнение для возмущения функции распределения решается в переменных Лагранжа. Решение стационарного уравнения Больцмана и уравнений движения в стационарном состоянии, являющихся характеристиками линеаризованного уравнения Больцмана, производится разложением по малому параметру $(2\Omega)^{-1}$.

2. Запишем кинетическое уравнение в цилиндрических координатах, выделяя круговую скорость:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v_\rho \cdot \frac{\partial f}{\partial \rho} + (v_\varphi / \rho + \Omega) \frac{\partial f}{\partial \varphi} + v_z \cdot \frac{\partial f}{\partial z} + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + \right. \\ \left. + \Omega^2 \cdot \rho + 2\Omega \cdot v_\varphi + \frac{v_\varphi^2}{\rho} \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial v_\rho} + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} - \frac{v_\rho \cdot v_\varphi}{\rho} - \right. \\ \left. - \left[2\Omega + \rho \frac{d\Omega}{d\rho} \right] v_\rho \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial v_\varphi} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial f}{\partial v_z} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Для дальнейших вычислений удобно записать (1) в переменных (v_\perp, z, v_z) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v_\perp \cos \alpha \cdot \frac{\partial f}{\partial \rho} + \left(\frac{v_\perp \sin \alpha}{\rho} + \Omega \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \\ + \left(\left[\frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} - \rho \frac{d\Omega}{d\rho} v_\perp \cos \alpha \sin \alpha \right) \frac{\partial f}{\partial v_\perp} + \\ + \left(- \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \frac{\sin \alpha}{v_\perp} + \frac{\cos \alpha}{v_\perp \rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} - \frac{v_\perp \sin \alpha}{\rho} - \frac{1}{2} \rho \frac{d\Omega}{d\rho} \cos 2\alpha \right) \frac{\partial f}{\partial z} - \\ - \left(2\Omega + \frac{1}{2} \rho \frac{d\Omega}{d\rho} \right) \frac{\partial f}{\partial \alpha} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial f}{\partial v_z} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Линеаризуем кинетическое уравнение

$$f = f^0 + \delta f, \quad \Psi = \Psi^0 + \psi$$

при условиях:

$$\frac{\partial f^0}{\partial t} = \frac{\partial \Psi^0}{\partial t} = \frac{\partial f^0}{\partial \varphi} = \frac{\partial \Psi^0}{\partial \varphi} = \frac{\partial f^0}{\partial z} = \frac{\partial \Psi^0}{\partial z} = 0; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} v_\perp \cos \alpha \cdot \frac{\partial f^0}{\partial \rho} + \left(\left[\frac{\partial \Psi^0}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \cos \alpha - \rho \frac{d\Omega}{d\rho} v_\perp \cos \alpha \sin \alpha \right) \cdot \frac{\partial f^0}{\partial v_\perp} + \\ + \left(- \left[\frac{\partial \Psi^0}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \frac{\sin \alpha}{v_\perp} - \frac{v_\perp \sin \alpha}{\rho} - \frac{\rho}{2} \frac{d\Omega}{d\rho} \cos 2\alpha \right) \cdot \frac{\partial f^0}{\partial z} - \\ - \left(2\Omega + \frac{1}{2} \rho \frac{d\Omega}{d\rho} \right) \cdot \frac{\partial f^0}{\partial \alpha} = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta f}{\partial t} + v_\perp \cos \alpha \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \rho} + \left(\frac{v_\perp \sin \alpha}{\rho} + \Omega \right) \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \varphi} + v_z \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial z} + \\ + \left(\left[\frac{\partial \Psi^0}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \cos \alpha - \rho \frac{d\Omega}{d\rho} v_\perp \cos \alpha \sin \alpha \right) \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial v_\perp} + \\ + \left(- \left[\frac{\partial \Psi^0}{\partial \rho} + \Omega^2 \rho \right] \frac{\sin \alpha}{v_\perp} - \frac{v_\perp \sin \alpha}{\rho} - \frac{1}{2} \rho \frac{d\Omega}{d\rho} \cos 2\alpha \right) \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial z} - \\ - \left(2\Omega + \frac{1}{2} \rho \frac{d\Omega}{d\rho} \right) \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \alpha} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial \rho} \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) \cdot \frac{\partial f^0}{\partial v_\perp} + \end{aligned}$$

$$+ \left(-\frac{\sin \alpha}{v} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{\cos \alpha}{v} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right) \cdot \frac{\partial f^\circ}{\partial \alpha} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial f^\circ}{\partial v_z} = 0. \quad (5)$$

Обозначим: $2\Omega + \frac{1}{2}\rho \frac{d\Omega}{d\rho} = \zeta$. Для упрощения уравнений (4) и (5) примем также, что $\frac{\partial\Psi^\circ}{\partial\rho} + \Omega^2\rho = 0$ (см. конец предыдущего раздела).

Напишем формальное решение (5) (решением (4) займемся позже). Для этого перейдем в (5) к лагранжевым переменным звезд $\rho(t)$, $\varphi(t)$, $z(t)$, $v_r(t)$, $\alpha(t)$, $v_z(t)$, определяемым уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= v_{\perp} \cos \alpha, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{v_{\perp} \sin \alpha}{\rho} + \Omega, \\ \frac{dz}{dt} &= v_z, \\ \frac{dv_{\perp}}{dt} &= -\rho \frac{d\Omega}{d\rho} v_{\perp} \cos \alpha \sin \alpha, \\ \frac{d\alpha}{dt} &= -\omega - \frac{v_{\perp} \sin \alpha}{\rho} - \frac{1}{2} \rho \frac{d\Omega}{d\rho} \cos 2\alpha \\ \frac{dv_z}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Если теперь написать полную производную по времени от $\delta f(t, \varrho(t), \varphi(t), z(t), v_{\perp}(t), \alpha(t), v_z(t))$, то увидим, что (5) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} = & - \left(\frac{\partial \psi}{\partial \rho} \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) \cdot \frac{\partial f^\circ}{\partial v_\perp} + \\ & + \left(\frac{\partial \psi}{\partial \rho} \frac{\sin \alpha}{v} - \frac{\cos \alpha}{v} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) \cdot \frac{\partial f^\circ}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial f^\circ}{\partial v_z}, \end{aligned} \quad (7)$$

где в правой части независимые переменные также должны быть заменены их значениями из (6). И теперь формальное решение для δf есть

$$\begin{aligned} \partial f = & \int_{-\infty}^t \left\{ - \left(\frac{\partial \psi}{\partial \rho} \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) \cdot \frac{\partial f^\circ}{\partial v_\perp} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial \psi}{\partial \rho} \frac{\sin \alpha}{v} - \frac{\cos \alpha}{v} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) \cdot \frac{\partial f^\circ}{\partial \alpha} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial f^\circ}{\partial v_z} \right\} dt', \end{aligned} \quad (8)$$

где переменные ρ , φ , z , v_\perp , a , v_z есть функции t' и начальных (лагранжевых) координат ρ_0 , φ_0 , z_0 , $v_{\perp 0}$, a_0 , v_{z0} . Соответственно и δf есть не только функция t , но и этих начальных координат. В записи (8) подразумевается, что $\delta f(t = -\infty) = 0$.

Таким образом, зная решение (4) для f^0 и системы (6), можно определить δf по (8). Подставляя решение для δf в линеаризованное уравнение Пуассона, получим дисперсионное уравнение при соответствующем выборе возмущенных величин (собственных функций линейной задачи).

Как известно, в осесимметричном случае функция распределения для стационарного состояния зависит от двух интегралов — энергии и углового момента. Так что решение уравнения (4) легко можно

6

записать. Однако рабо-
но. Тем более что мы
первые интегралы сист-
емы приближенно. Поэтому
и системы (6) разложим
приближением по

Тогда можно принять

$\times \int_{-\alpha}^{\alpha} v_{\perp} \cos \alpha \cdot \frac{df_c}{d\rho} d\alpha =$
при дифференциальном
симость не влияет на
но пренебречь (подроб-

В этом же приближен

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 - \frac{v_{\perp 0}}{z} \sin(\alpha_0) \\ \varphi &= \varphi_0 + \Omega t + \frac{1}{4} \frac{v^2_{\perp 0}}{z^2 \rho_0} \frac{d}{d} \\ z &= z_0 + v_{z_0} t, \\ v_{\perp} &= v_{\perp 0}, \\ v_z &= v_{z_0}, \\ \alpha &= \alpha_0 - z t. \end{aligned}$$

Причем систематическая ординате ρ отсутствует исходного состояния близжении разложения член, пропорциональны для α и компонент с муллы (11) имеют ясный тивный гравитационные величины скорости звездное и пятое соотношения лишь положение проекции кулярную к оси врача. По той же причине, в за счет кориолисова изменение помимо кориолиса связанный с дифференцирующим φ , третий член (второй член в соотношении)

Поясним кратко ме-
тально, характеристиче-

Torschl., wo
ce. DA

записать.. Однако работать с решением в такой общей форме неудобно. Тем более что мы все равно в общем случае не можем найти все первые интегралы системы (6), которую поэтому приходится решать приближенно. Поэтому найдем приближенные решения уравнения (4) и системы (6) разложением по степеням $(2\Omega)^{-1}$ и ограничимся первым приближением по этому параметру, т. е. [19]:

$$f^o = f_o + \frac{1}{2\Omega} f_1 + \dots \quad (9)$$

Тогда можно принять f_o не зависящей от α , а $f_1 = \left(1 + \frac{1}{4\Omega} \cdot \rho \frac{d\Omega}{d\rho}\right)^{-1} \times$
 $\times \int_{\alpha_0}^{\alpha} v_{\perp} \cos \alpha \cdot \frac{\partial f_o}{\partial \rho} d\alpha = \left(1 + \frac{1}{4\Omega} \cdot \rho \frac{d\Omega}{d\rho}\right)^{-1} v_{\perp} \sin \alpha \cdot \frac{\partial f_o}{\partial \rho}$. В действительности при дифференциальном вращении f_o зависит от α [29]. Но эта зависимость не влияет на эффект, рассматриваемый в работе, и ею можно пренебречь (подробнее см. ниже раздел 5). Таким образом,

$$f^o = f_o + \frac{v_{\perp}}{z} \sin \alpha \frac{\partial f_o}{\partial \rho}. \quad (10)$$

В этом же приближении система (6) имеет решение [30]:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_o - \frac{v_{\perp o}}{z} \sin(\alpha_o - zt) + \frac{v_{\perp o}}{z} \sin \alpha_o, \\ \varphi &= \varphi_o + \Omega t + \frac{1}{4} \frac{v_{\perp o}}{z^2 \rho_o} \frac{d\Omega}{d\rho} t + \frac{v_{\perp o}}{z \rho_o} \cos(\alpha_o - zt) - \frac{v_{\perp o}}{z \rho_o} \cos \alpha_o, \\ z &= z_o + v_{z_o} t, \\ v_{\perp} &= v_{\perp o}, \\ v_z &= v_{z_o}, \\ \alpha &= \alpha_o - zt. \end{aligned} \quad (11)$$

Причем систематическое, пропорциональное времени смещение по координате ρ отсутствует в первом приближении из-за осесимметричности исходного состояния. В выражение же для угла φ в первом приближении разложения по $(2\Omega)^{-1}$ входит дрейфовый (систематический) член, пропорциональный градиенту угловой скорости. Соотношение для α и компонент скорости записано в нулевом приближении. Формулы (11) имеют ясный физический смысл. Во-первых, так как эффективный гравитационный потенциал в равновесии равен const, то величина скорости звезды в нулевом приближении не меняется (четвертое и пятое соотношения). Меняется из-за кориолисова закручивания лишь положение проекции вектора скорости на плоскость, перпендикулярную к оси вращения (последнее соотношение системы (11)). По той же причине, во-вторых, координата ρ также изменяется лишь за счет кориолисова закручивания. Что касается угла φ , то в его изменение помимо кориолисова закручивания, вносит вклад и дрейф, связанный с дифференциальностью вращения (в соотношении, определяющем φ , третий член), и регулярное движение по круговой орбите (второй член в соотношении для φ).

Поясним кратко метод решения, предложенный в [30]. Действительно, характеристическая система (6) есть система типа

$$\begin{aligned} \frac{dx_k}{dt} &= X_k(x, \alpha), \\ \frac{d\alpha}{dt} &= \lambda B(x) + A(x, \alpha), \end{aligned} \quad (6a)$$

Такие, исследовательские вычислительные задачи
см. ДАН Тадж. ССР, 1985, т. 28, № 11, с. 631

где λ — большой параметр, $k=1, 2, \dots, m$. В нашем случае локально за большой параметр принимается величина 2Ω для некоторого фиксированного значения $\rho=\rho_0$.

Если искать решения системы (6а) вида

$$x_k = \bar{x}_k + \frac{1}{\lambda} \xi_k^{(1)}(\bar{x}, \bar{\alpha}) + \frac{1}{\lambda^2} \xi_k^{(2)}(\bar{x}, \bar{\alpha}) + \dots,$$

$$\alpha = \bar{\alpha} + \frac{1}{\lambda} \alpha^{(1)}(\bar{x}, \bar{\alpha}) + \frac{1}{\lambda^2} \alpha^{(2)}(\bar{x}, \bar{\alpha}) + \dots,$$

где $\bar{x}_k, \bar{\alpha}$ — усредненные переменные, а $\xi_k^{(n)}, \alpha^{(n)}$ — периодические функции переменной α , то усредненное движение определяется уравнениями

$$\frac{d\bar{x}_k}{dt} = X_k^{(0)}(\bar{x}) + \frac{1}{\lambda} X_k^{(1)}(\bar{x}) + \dots,$$

$$\frac{d\bar{\alpha}}{dt} = \lambda B(\bar{x}) + A^{(0)}(\bar{x}) + \frac{1}{\lambda} A^{(1)}(\bar{x}) + \dots. \quad (6b)$$

Выражения (6б) есть усредненные характеристики. Их интегрирование дает систематическое изменение переменных во времени.

Если разложения $X_k(x, \alpha)$ и $A(x, \alpha)$ в ряд Фурье имеют вид

$$X_k(x, \alpha) = X_{k,0} + \sum_{n=1}^{\infty} (F_{k,n} \cos n\alpha + G_{k,n} \sin n\alpha),$$

$$A(x, \alpha) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (f_n \cos n\alpha + g_n \sin n\alpha),$$

то

$$X_k^{(0)} = X_{k,0}(\bar{x}), \quad A^{(0)} = A_0(\bar{x}),$$

$$X_k^{(1)} = -\frac{1}{2B} \left\{ \sum_{n \neq 0} (F_{k,n} f_n + G_{k,n} g_n) + \right. \\ \left. + \sum_{n \neq 0} \sum_{l=1}^m \frac{B}{n} \left[G_{l,n} \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{F_{k,n}}{B} \right) - F_{l,n} \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{G_{k,n}}{B} \right) \right] \right\}_{x=\bar{x}}.$$

Выражение для $A^{(1)}$ более громоздко и не приводится. Без учета $A^{(1)}$ эпциклическая частота определяется последним уравнением системы (6б) лишь в нулевом приближении. И для эпциклической частоты получается несколько заниженное значение.

«Дрожания» (отклонения истинных координат звезд от их усредненных значений x_k) в первом приближении определяются из уравнений

$$\frac{d\xi_k^{(1)}}{dt} = \tilde{X}_k(\bar{x}, Bt) = X_k - X_{k,0},$$

в которых при интегрировании по времени \bar{x} считаются постоянными. Тогда получим

$$\xi_k^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{nB} (-G_{k,n} \cos n\bar{\alpha} + F_{k,n} \sin n\bar{\alpha}),$$

$$\alpha^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{nB} (-g_n \cos n\bar{\alpha} + f_n \sin n\bar{\alpha}) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{n^2 B^2} \sum_{q=1}^m \frac{\partial B}{\partial x_q} (F_{q,n} \cos n\bar{\alpha} + G_{q,n} \sin n\bar{\alpha}) \right\}.$$

(8), (10) и (11) решают задачу о нахождении δf — части функции распределения, вызванной возмущением ϕ гравитационного по-

тенциала сисугла α , напконцентрации

ния \bar{v} , т. е.

Выберем считается по где $\psi_1(\rho) = \psi$ ся, таким обкоординате ρ

При про потенциала только приблсобственных лагая $\psi_1(\rho)$

Если взя упрощения в степеням от оси ρ , т. е.

$\psi_1(\rho) = \psi_1(\rho_0)$

Сделаем возмущения ле (10), учит Тогда в

$\delta f =$

Нулевые индоразумений,

Подстави ривать неуст верхнего пред кользование от нижнего п (12) пользуем

где J_s — фун В результате

$$\delta f = \frac{2n v}{\pi^{3/2} \bar{v}^5}$$

$$\cdot \frac{m}{i^{1/2} s} \cdot \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^s,$$

тенциала системы. За f_0 следует взять функцию, не зависящую от угла α , например обычную максвелловскую изотропную функцию с концентрацией n , зависящей от ρ и z , и параметром распределения \bar{v} , т. е. $f_0 = \frac{n}{\pi^{3/2} \bar{v}^3} \exp \left\{ -\frac{v_{\perp}^2 + v_z^2}{\bar{v}^2} \right\}$.

Выберем $\psi = \psi_0 \cdot \exp \{i(\int k_{\rho} \cdot d\rho + m\varphi + k_z \cdot z - \omega t)\}$, где ψ_0 считается постоянной величиной. Или $\psi = \psi_1(\rho) \cdot \exp \{i(m\varphi + k_z \cdot z - \omega t)\}$, где $\psi_1(\rho) = \psi_0 \exp(i \int k_{\rho} \cdot d\rho)$. Для возмущенных величин используется, таким образом, нулевое приближение геометрической оптики по координате ρ .

При произвольной зависимости от ρ возмущения гравитационного потенциала ψ рассмотрение существенно усложняется, возможно только приближенное исследование проблемы собственных функций и собственных значений. Мы могли бы вычислить интеграл в (8), разлагая $\psi_1(\rho)$ в ряд по степеням эпицикла в окрестности точки ρ_0 .

Если взять $\psi_1(\rho)$ в приближении геометрической оптики, то для упрощения вычислений можно также пользоваться разложением по степеням отношения размера эпицикла v_{\perp}/z к „длине волны“ по оси ρ , т. е. по степеням $k_{\rho_0} \cdot v_{\perp}/z$. Например,

$$\psi_1(\rho) = \psi_1(\rho_0) - \frac{i k_{\rho_0} v_{\perp}}{z} \sin(\alpha_0 - \omega t) \cdot \psi_1(\rho_0) + \frac{i k_{\rho_0} v_{\perp}}{z} \sin \alpha_0 \cdot \psi_1(\rho_0) + \dots$$

Сделаем дополнительные упрощения. Рассмотрим бароподобные возмущения ($k_{\rho} = k_z = 0$) и пренебрежем поправкой к f_0 в формуле (10), учитывая лишь влияние дифференциальности вращения.

Тогда в нашем приближении

$$\delta f = \int_{-\infty}^t \frac{2imv_{\perp}}{\rho \bar{v}^2} \sin \alpha \cdot \frac{n}{\pi^{3/2} \bar{v}^3} \exp \left(-\frac{v_{\perp}^2 + v_z^2}{\bar{v}^2} \right).$$

$$\cdot \psi_0 \exp \{i(m\varphi - \omega t')\} dt'. \quad (12)$$

Нулевые индексы у переменных опущены, что не может вызвать недоразумений, так как от времени зависят только φ и α .

Подставим в (12) выражения для φ и α из (11). Если рассматривать неустойчивые моды, то нужно учитывать вклад только от верхнего предела, т. е. рассматриваемая процедура аналогична использованию преобразования Лапласа при предположении, что вклад от нижнего предела интегрирования равен нулю. Для интегрирования (12) пользуемся также разложением

$$e^{iz \cos \gamma} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^s J_s(z) e^{-is\gamma},$$

где J_s — функция Бесселя s -го порядка 1-го рода.
В результате имеем:

$$\delta f = \frac{2nv_{\perp}}{\pi^{3/2} \bar{v}^5} \exp \left(-\frac{v_{\perp}^2 + v_z^2}{\bar{v}^2} \right) \cdot \psi_0 \exp \left\{ i \left[m\varphi_0 - \frac{mv_{\perp}}{z\rho} \cos \alpha_0 \right] \right\} \cdot \frac{m}{i2\rho} \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^s J_s \left(\frac{mv_{\perp}}{z\rho} \right) \cdot \begin{cases} \frac{e^{i(-s+1)\alpha_0} i \left[\frac{mbv_{\perp}^2}{z\rho} - (\omega - m\Omega) - z(-s+1) \right] t}{mbv_{\perp}^2 - (\omega - m\Omega) - z(-s+1)} & \text{if } s < 0 \\ 0 & \text{if } s \geq 0 \end{cases}$$

✓

$$\checkmark \quad - \frac{e^{i(-s-1)\alpha_0} e^{i \left[\frac{mbv^2}{\zeta \rho} - (\omega - m\Omega) - z(-s-1) \right] t}}{\frac{mbv^2}{\zeta \rho} - (\omega - m\Omega) - z(-s-1)} \Bigg\}, \quad (13)$$

где $b = \frac{1}{4\zeta} \cdot \frac{d\Omega}{d\rho}$. Момент t любой. В частности, можно положить $t=0$.
Подставляя δf в линеаризованное уравнение Пуассона

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -4\pi GM \cdot \int_{(v)}^{\vec{v}} \delta f \cdot d\vec{v} \quad (14)$$

и взяв правую часть также при $t=0$, получим дисперсионное уравнение. В уравнении (14) G —гравитационная постоянная, M —масса звезды. Тем самым можем провести локальный анализ устойчивости в окрестности некоторой точки (ρ_0, φ_0, z_0) .

Для вычисления интеграла в (14) пользуемся соотношением

$$J_s(z) = \frac{i^s}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} e^{-iz \cos \gamma - is\gamma} d\gamma.$$

После преобразования получаем:

$$\frac{m^2}{\rho^2} = \frac{16\pi GMn}{v^4} \cdot \int_0^\infty v_\perp^2 e^{-\frac{v_\perp^2}{v^2}} dv_\perp \cdot \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{s J_s^2(\xi_1)}{\frac{mbv^2}{\zeta \rho} - (\omega - m\Omega) + s z},$$

$$\xi_1 = \frac{mv_\perp}{\zeta \rho}.$$

Или

$$\frac{m^2}{\rho^2} = \frac{16\pi GMn}{v^4} \cdot \int_0^\infty v_\perp^2 e^{-\frac{v_\perp^2}{v^2}} dv_\perp \cdot \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{z s J_s^2\left(\frac{mv_\perp}{\zeta \rho}\right)}{\frac{mbv^2}{\zeta \rho} - (\omega - m\Omega) + s z}.$$

Введем переменную $\xi = \frac{v_\perp}{v}$ и обозначения

$$\frac{m \bar{v}}{\zeta \rho} = a_1, \quad \frac{mb \bar{v}^2}{\zeta \rho} = a_2, \quad \frac{16\pi GMn \rho^2}{v^2 m^2} = a_3.$$

Тогда окончательная форма дисперсионного уравнения

$$1 - a_3 \cdot \int_0^\infty \xi e^{-\xi^2} d\xi \cdot \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{z s J_s^2(a_1 \xi)}{a_2 \xi^2 - (\omega - m\Omega) + s z} = 0. \quad (15)$$

(15)—дисперсионное уравнение типа

$$D(\omega_r - m\Omega + i\omega_i) = 0.$$

3. Предполагая неустойчивость слабой (малые a_2 —слабая неоднородность), считаем ω_i малой по сравнению с реальной частью $\omega_r - m\Omega$.

$$(13) \quad D(\omega_r - m\Omega + i0) + \frac{\partial D(\omega_r - m\Omega + i0)}{\partial(\omega_r - m\Omega)} \cdot i\omega_i + \dots = 0,$$

$$D(\omega_r - m\Omega + i0) = D_r(\omega_r - m\Omega + i0) + iD_i(\omega_r - m\Omega + i0).$$

Тогда

$$(14) \quad t=0. \quad D_r(\omega_r - m\Omega + i0) = 0,$$

$$\omega_i = - \frac{D_i(\omega_r - m\Omega + i0)}{\frac{\partial D_r(\omega_r - m\Omega + i0)}{\partial(\omega_r - m\Omega)}}.$$

Ограничимся гармоникой $s = 1$, определяющей волну, распространяющуюся относительно цилиндра по направлению вращения, то есть в сторону, противоположную направлению дрейфа частиц.

уравнение
массы в
стии в

$$1 - \frac{a_3}{a_2} \int_0^\infty \xi e^{-\xi^2} d\xi \frac{\frac{\pi J_1^2(a_1 \xi)}{\xi^2 - \frac{\omega_r - m\Omega - \omega}{a_2}}}{=} = 0.$$

Если в подынтегральном выражении имеются полюса, то существует кинетическая неустойчивость, связанная с дифференциальнойностью вращения. Если b мало, то полюса при малых ξ . Это значит, что добавок к частоте $(\omega - m\Omega - \omega)$ мал по сравнению с Ω . При малых ξ

$$J_1(\xi) = \frac{\xi}{2} - \frac{1}{2!} \left(\frac{\xi}{2} \right)^3 + \dots \approx \frac{\xi}{2} \left(1 - \frac{\xi^2}{8} \right).$$

Видно, что главное значение интеграла существует, если особенность в знаменателе гасится особенностью в числителе, то есть если $\frac{\omega_r - m\Omega - \omega}{a_2} \approx \frac{8}{a_1^2}$. Таким образом, задача в описанной выше постановке имеет смысл.

В уравнении (15) под интегралом фактическая переменная ξ^2 и

$$D_r = 1 - \frac{a_3}{a_2} Vp \int_0^\infty \xi e^{-\xi^2} d\xi \frac{\frac{\pi J_1^2(a_1 \xi)}{\xi^2 - \frac{\omega_r - m\Omega - \omega}{a_2}}}{},$$

$$D_i = -\pi \frac{a_3}{a_2} * \int_0^\infty \xi e^{-\xi^2} d\xi \cdot \pi J_1^2(a_1 \xi) \delta \left(\xi^2 - \frac{\omega_r - m\Omega - \omega}{a_2} \right).$$

Под интегралом $\delta(\dots)$ обозначает δ -функцию.

Найдем $\omega_r - m\Omega - \omega = 0$ из $D_r = 0$, подставляя J_1 в приближенной форме

(15)

$$D_r = 1 - \frac{a_3 a_1^2 \omega}{8 \tilde{\omega}} \cdot Vp \int_0^\infty \frac{\xi^2 e^{-\xi^2} \left(1 - \frac{a_1^2 \cdot \xi^2}{8} \right)^2 d\xi^2}{\frac{a_2 \xi^2}{\tilde{\omega}} - 1} = 0.$$

я не-
истью

Имеем, полагая $\xi^2 = \zeta$ и раскладывая знаменатель по степеням $\frac{a_2 \zeta}{\tilde{\omega}}$:

$$1 + \frac{a_3 a_1^2 \omega}{8 \tilde{\omega}} \cdot \int_0^\infty \zeta e^{-\zeta} \left(1 - \frac{a_1^2 \zeta}{8} \right)^2 \left(1 + \frac{a_2 \zeta}{\tilde{\omega}} \right) d\zeta = 0.$$

Или

$$D_r = 1 + \frac{A_3}{\tilde{\omega}} A_1 + \frac{A_3 \cdot A_2 a_2}{\tilde{\omega}^2} = 0,$$

где

$$A_1 = 1 - \frac{a_1^2}{2} + \frac{3}{32} a_1^4, \quad A_2 = 2 - \frac{3}{2} a_1^2 + \frac{3}{8} a_1^4, \quad A_3 = \frac{1}{8} a_3 a_1^2.$$

Корень $\tilde{\omega}$, удовлетворяющий условию обращения в нуль знаменателя дисперсионного уравнения, есть

$$\tilde{\omega} = -\frac{A_3 \cdot A_1}{2} - \sqrt{\frac{A_3^2 A_1^2}{4} - A_3 \cdot A_2 \cdot a_2}.$$

Отвечающий этому корню инкремент есть

$$\tilde{\omega}_i = -\frac{\pi \tilde{\omega}^4 \left(1 - \frac{a_1^2 \tilde{\omega}}{8 a_2} \right)^2 e^{-\frac{\tilde{\omega}}{a_2}}}{a_2^2 (2 a_2 A_2 + \tilde{\omega} A_1)}.$$

Из выражения для $\tilde{\omega}$ видно, что знаменатель отрицателен и, следовательно, $\tilde{\omega}_i > 0$. Таким образом, действительно существует неустойчивость, связанная с дифференциальностью вращения. При $a_2 \rightarrow 0$ $\tilde{\omega}_i \rightarrow 0$ экспоненциально.

Из приведенных выражений для $\tilde{\omega}$ и $\tilde{\omega}_i$ легко оценить их относительные (в единицах Ω) значения. Но это проще сделать, исходя непосредственно из вида дисперсионного уравнения. Из него следует, что

$$\tilde{\omega} \sim \frac{mb \bar{v}^2}{z \rho} = \frac{m \bar{v}^2}{4 z^2 \rho} \frac{d \Omega}{d \rho} = \frac{1}{4} \frac{m \bar{v}^2}{\rho z^2} \cdot \frac{\Omega}{\rho} \sim \frac{r_{\text{cor}}^2}{\rho^2} \Omega.$$

Если на расстоянии ρ укладывается несколько эпиплаков r_{cor} , то ясно, что $\tilde{\omega} \approx 0,1 \Omega$ или нескольким сотым Ω . Инкремент при $\tilde{\omega} > a_2$ соответственно на порядок-два меньше $\tilde{\omega}$, т. е. $\tilde{\omega}_i \approx 10^{-2} \div 10^{-3} \Omega$. Инкремент, как видим, невелик, но сравним с инкрементом, обусловленным взаимодействием подсистем в галактиках [17].

4. Экспоненциальная малость полученного инкремента — следствие предположения о слабой дифференциальности вращения. Ясно,

что при конечных значениях градиента угловой скорости $\left(\frac{\tilde{\omega}}{a_2} \sim 1\right)$, который играет роль параметра неустойчивости, инкремент будет велик [19, 20]. Анализ этого случая требует учета членов более высокого порядка в разложении по степеням a_2 в дисперсионном соотношении и рассмотрение становится громоздким даже при условии, что неизмененные траектории находятся в прежнем приближении. Однако при упрощающих предположениях, аналогичных сделанным в работах [19, 20], можно легко оценить инкремент.

При $a_1 \ll 1$ дисперсионное уравнение (15) для гармоники $s=1$ примет вид

$$1 + \frac{GMn}{z \omega^*} \cdot \int_0^\infty \frac{xe^{-x}}{1 - \frac{a_2 x}{\omega^*}} dx = 0,$$

где $\omega^* = \omega - m\Omega$ — комплекс

Удерживая в разложении рого порядка, получим куб

$$\omega^{*3} + \alpha \omega$$

$$\text{где } \alpha = \frac{2GMn}{z}.$$

Как показывает стандартоно справедливо для описи

~~19, 20~~). При этом F

зультат $(\omega \sim \omega_i \sim a_2)$ предыдущего пункта при с

ров a_1, a_2, a_3 и их соотно

5. Как влияют сделанн

Эти приближения заключаются от α (т. е. шварцшильдовс

в плоскости, перпендикуля

f_1 к f_0 для функции расп

формулу (9)).

Как известно из теории с шварцшильдовостью, велловского (изотропного) мостью f_0 от α вполне оправ

Что касается поправки f_0 , согласно первому из у

зависимостью f_0 от α вкла

уравнения, т. е.

а f_0 , входящая в уравнени

ния максвелловская функци

состояния f_0 теперь зависит

Процедура, аналогична

из-за большего числа слаг

нию

$$-\frac{m^2}{\rho^2} = \frac{8\pi GMn}{\bar{v}^2} \cdot \frac{m}{\rho} \int_0^\infty$$

$$\times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{m^s}$$

$$+ \frac{1}{z} \frac{\partial \ln n}{\partial \rho} \sum_{s=-\infty}^{\infty}$$

Из него видно, что по

ному уравнению не влияю

чивости, связанной с диф

r_{cor} в первой сумме

(r_{cor})

где $\omega^* = \omega - m\Omega$ — и комплексна, а остальные обозначения прежние.

Удерживая в разложении по степеням отношения a_2/ω^* члены второго порядка, получим кубическое уравнение для определения ω^* :

$$\omega^{*3} + \alpha \omega^{*2} + 2\alpha a_2 \omega^* + 6\alpha a_2^2 = 0,$$

где $\alpha = \frac{2GMn}{z}$.

Как показывает стандартное исследование кубического уравнения, оно справедливо для описания неустойчивости при $a_2 < 0$. При этом $\operatorname{Re} \omega^* \approx \alpha$, а $\operatorname{Im} \omega^* \approx (\alpha a_2)^{1/3}$. Этот же результат ($\omega \sim a_2$) можно получить и из формул для ω и ω_i предыдущего пункта при соответствующем выборе значений параметров a_1 , a_2 , a_3 и их соотношения между собой.

5. Как влияют сделанные приближения на полученный результат? Эти приближения заключаются в пренебрежении: 1) зависимостью f_0 от α (т. е. шварцшильдовостью распределения пекулярных скоростей в плоскости, перпендикулярной к оси вращения) [29]; 2) поправкой f_1 к f_0 для функции распределения стационарного состояния f^0 (см. формулу (9)).

Как известно из теории стационарной Галактики, добавки, связанные с шварцшильдовостью, в два и более раз меньше основного максвелловского (изотропного) члена в f_0 . Так что пренебрежение зависимостью f_0 от α вполне оправдано.

Что касается поправки f_1 , то она выражается через производные f_0 , согласно первому из уравнений системы (4). При пренебрежении зависимостью f_0 от α вклад в f_1 дает лишь первый член названного уравнения, т. е.

$$f_1 \approx v_{\perp} \sin \alpha \frac{\partial f_0}{\partial \rho},$$

а f^0 , входящая в уравнение (8), определяется суммой (10). f_0 — прежняя максвелловская функция. Функция распределения стационарного состояния f^0 теперь зависит от α через f_1 .

Процедура, аналогичная проделанной выше, но более громоздкая из-за большего числа слагаемых, приводит к дисперсионному уравнению

$$\begin{aligned} -\frac{m^2}{\rho^2} = & \frac{8\pi GMn}{v^2} \cdot \frac{m}{\rho} \int_0^\infty v_{\perp} e^{-\frac{v^2}{v^2}} dv_{\perp} \left\{ - \left[\frac{v_{\perp}}{v^2} \left(1 + \frac{v_{\perp}}{z} \frac{\partial \ln n}{\partial \rho} \right) \right] \times \right. \\ & \times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{s J_s^2 \left(\frac{mv_{\perp}}{z\rho} \right)}{\frac{mbv_{\perp}^2}{z\rho} - (\omega - m\Omega) + z s} + \\ & \left. + \frac{1}{z} \frac{\partial \ln n}{\partial \rho} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{J_s^2 \left(\frac{mv_{\perp}}{z\rho} \right)}{\frac{mbv_{\perp}^2}{z\rho} - (\omega - m\Omega) + z s} \right\}. \end{aligned}$$

Из него видно, что поправки к рассмотренному выше дисперсионному уравнению не влияют на заключение о существовании неустойчивости, связанной с дифференциальностью вращения. Они порядка $\frac{r_{\text{cor}}}{L_n}$ в первой сумме ($r_{\text{cor}} = \frac{v}{z}$, L_n — характерный размер простран-

ственного изменения концентрации) и поэтому малы. Что касается последнего слагаемого, то оно для эффекта Допплера ($s=1$) одного знака с правой частью рассмотренного дисперсионного уравнения.

6. Как показано выше, неоднородностью системы (в нашем случае дифференциальностью вращения, то есть кинематической неоднородностью) обусловлена ее специфическая неустойчивость. Причем, специфические неустойчивости могут быть различными в зависимости от того, с неоднородностью каких равновесных параметров они связаны. В данной работе рассмотрена лишь одна из них. Эти неустойчивости, по-видимому, очень важны для динамики и структуры звездной системы, в частности для спиральной структуры галактик, ее формирования и поддержания.

Они важны для спиральных волн плотности из-за конечности угла наклона (угла закрутки). Действительно, в теории тугозакрученных спиральных волн [14, 15] тангенс угла наклона i считается малым ($\tan i = \frac{m}{k_p \cdot \rho}$). При малости i и в самом деле можно пренебречь дрейфовыми эффектами, так как отношение третьего члена в кинетическом уравнении (1) $\left(\frac{v_\varphi}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \varphi}\right)$, ответственного за дрейф, ко второму $\left(v_\varphi \cdot \frac{\partial f}{\partial \rho}\right)$ именно порядка $\tan i$. Однако ясно, что для реальных спиралей угол наклона конечен.

Рассмотрен предельный случай, обратный рассмотренному в работах [14, 15]. Считалось, что $m/(k_p \cdot \rho) \gg 1$. Это допущение соответствует слабой закрученности. Одновременно оно упрощает локальный анализ, хотя и накладывает ограничения на размеры области по ρ , для которой остаются справедливыми результаты локального анализа [26, 28]. Нетрудно, конечно, последовательными приближениями учесть конечность отношения $m/(k_p \cdot \rho)$,

Таким образом, дрейфовая неустойчивость имеет место в той же области частот, что и та, которая рассматривается в теории тугозакрученных спиралей [14, 15]. Отсюда очевидно ее значение для теории спиральной структуры в смысле ее поддержания. Кроме того, возможны и частоты, близкие к частотам внутреннего линдбладовского резонанса [31]. Это совпадение важно с точки зрения возможных механизмов формирования спиральной структуры.

Автор благодарен Л. С. Марочнику, Н. Г. Птицыной и А. А. Сучкову за обсуждение некоторых предварительных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Simon. Bull. cl. sci. Acad. roy. Belg., ser. 5, 47, No. 7, 731, 1961.
 2. D. Lynden-Bell. Monthly Not. Roy. Astron. Soc., 124, 279, 1962.
 3. P. A. Sweat. Monthly Not. Roy. Astron. Soc., 125, 285, 1963.
 4. Б. И. Лебедев, М. Н. Максумов, Л. С. Марочник. Астрон. ж., 42, 709, 1965.
 5. М. Н. Максумов, Л. С. Марочник. Астрон. ж., 42, 1261, 1965.
 6. М. Н. Максумов, Л. С. Марочник. Докл. АН СССР, 164, 1019, 1965.
 7. М. Н. Максумов. Дисс. Душанбе, 1966.
 8. E. P. Lee. Astrophys. J., 148, No. 1, 185, 1967.
 9. Л. С. Марочник, Н. Г. Птицына. Астрон. ж., 45, № 3, 516, 1968.
 10. C.—S. Wu. Phys. Fluids, 11, No. 3, 545, 1968.
 11. А. А. Сучков. Астрон. ж., 46, № 3, 534, 1969.
 12. Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович, Р. З. Сагдеев. А. М. Фридман. Журн. прикл. мех. и техн. физики (ПМТФ), № 3, 3, 1969.
 13. А. Тооме. Astrophys. J., 139, No. 4, 1217, 1964.
 14. C. C. Lin, F. Shu. Astrophys. J., 140, No. 2, 646, 1964.
 15. C. C. Lin, F. Shu. Proc. Nat. Acad. Sci. (USA), 55, No. 2, 229, 1966.

- касается
одного
ения.
шем слу-
ий неод-
Причем,
исимости
они свя-
неустой-
ы звезд-
тик, ее
сти угла
ученных
малым
небречь
кинети-
второму
ых спи-
- ному в
ответст-
венный
и по р,
анализа
и учесть
- в той
теории
ние для
е того,
овского
х меха-
- А. Суч-
16. Р. О. Vandervoort. *Astrophys. J.*, **147**, № 1, 91, 1967.
17. Л. С. Марочник, А. А. Сучков. *Астрон. ж.*, **46**, № 2, 319; **46**, № 3,
524, 1969.
18. М. Н. Максумов. Докл. АН Тадж. ССР, **13**, № 2, 15, 1970.
19. Ю. А. Церковников. *Журн. эксперим. и теорет. физ.*, **32**, № 1, 67, 1957.
20. Л. И. Рудаков, Р. З. Сагдеев. *Журн. эксперим. и теорет. физ.*, **37**,
№ 5, 1337, 1959.
21. Л. И. Рудаков, Р. З. Сагдеев. Докл. АН СССР, **138**, № 3, 581, 1961.
22. А. А. Веденов, Е. П. Велихов, Р. З. Сагдеев. *Успехи физ. наук.*
73, № 4, 701, 1961.
23. М. Н. Rosenbluth, N. A. Krall, N. Rostoker. *Nuclear Fusion*, 1962.
Suppl., Part I, 143.
24. Б. Б. Кадомцев, А. В. Тимофеев. Докл. АН СССР, **146**, № 3, 581, 1962.
25. А. А. Галеев, С. С. Моисеев, Р. З. Сагдеев. *Атомная энергия*, **15**,
№ 6, 451, 1963.
26. А. Б. Михайловский. В кн.: «Вопросы теории плазмы», вып. 3. Атом-
издат, 1963, 141.
27. Л. В. Михайловская, А. Б. Михайловский. *Журн. эксперим. и*
теорет. физ., **45**, № 5, 1566, 1963.
28. А. А. Рухадзе, В. П. Силин. *Успехи физ. наук*, **82**, № 3, 499, 1964.
29. М. Н. Максумов. *Астрон. ж.*, **47**, 668, 1970.
30. Н. Н. Боголюбов и Д. Н. Зубарев. *Украинск. матем. журн.*, **7**,
№ 1, 5, 1955; Н. Н. Боголюбов и Ю. А. Митропольский. *Асимптотиче-
ские методы в теории нелинейных колебаний*. Физматгиз, 1963, § 25.
31. Б. Линдблад. В кн.: *Строение звездных систем*. Пер. с англ. ИЛ, 1962,
39 (B. Lindblad. Hdb. d. Phys., **53**, 21, 1959).

рон. ж.,
1965.
19, 1965.

18.

Сагдеев,
59.

1966.