АКАДЕМИЯ НАУК ТАДЖИКСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ АСТРОФИЗИКИ

На правах рукописи

МАКСУМОВ Музафар Нусратуллаевич

УДК 524.3/4-32 + 524.7

ДИНАМИКА СПИРАЛЬНЫХ ВОЛН ПЛОТНОСТИ В ЗВЕЗДНЫХ ДИСКАХ

01.03.02 – астрофизика

Диссертация
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Душанбе – 1986

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В галактиках каждая звезда испытывает на себе одновременное действие всех других (звезд системы) вследствие медленного спадания влияния ньютоновских сил с расстоянием. Из-за редкости парных сближений звезд структура галактик и особенности их динамики обусловлены этим коллективным гравитационным взаимодействием. Одновременное взаимодействие многих звезд порождает у системы особые свойства. Эти свойства выражаются во взаимно обусловленных изменениях фазового распределения звезд и гравитационного поля в галактиках - коллективных процессах, совместных (часто волновых) изменениях звездной плотности и гравитационного поля.

Динамические проявления коллективных гравитационных взаимодействий звезд в галактиках исследуются с начала 60-х годов. Эти исследования показали, во-первых, сложный характер равновесия галактик в их суммарном поле тяжести и определяющую роль этого поля в возникновении в галактиках волновых движений, распространяющихся по системе подобно звуку в газе, несмотря на отсутствие парных сближений звезд. Были выявлены возможные типы гравитационной неустойчивости в зависимости от особенностей распределения остаточных скоростей звезд, кинематических и структурных особенностей галактик, а также разработаны различные аспекты теории волн звездной плотности.

Развитие теории волн плотности и коллективных процессов вообще осуществлялось методами, развитыми в физике плазмы, и стимулировалось, в значительной степени, сходством бесстолкновительных самогравитирующих ансамблей частиц, каковыми являются звездные системы, с разреженной плазмой.

Первоначально, в работах В.А.Антонова [1], Симона [2], Линден-Белла [3], Свита [4], Тоомре [5], Л.С.Марочника [6], В.И.Лебедева и др. [7], М.Н.Максумова и Л.С.Марочника [8], Л.С.Марочника [9,10], Ли [11], Л.С.Марочника и Н.Г.Птицыной [12], Ву [13], Г.С.Бисноватого-Когана и др. [14], теория коллективных эффектов использовалась для решения чисто динамических проблем устойчивости и бесстолкновительной эволюции.

Несмотря на внешнюю аналогию между уравнениями, описывающими поведение плазмы и гравитирующей среды, между последними имеются и принципиальные различия. Коллективные явления в звездном "газе" отличаются меньшим многообразием и большей простотой, чем в плазме. Здесь отсутствуют силы отталкивания, так как нет зарядов противоположных знаков. Отсутствует экранирование полей, аналогичное дебаевскому. Угловая скорость системы отсчета, аналогом которой в плазме является магнитное поле, - величина заданная. Между тем как магнитное поле плазмы не только задаваемый, но и определяемый фактор.

Глубокую трактовку коллективных процессов дает использование кинетического уравнения для функции распределения звезд в фазовом пространстве. Максумов и Марочник [8] рассмотрели в таком аспекте вопрос об устойчивости невращающейся звездной системы по отношению к самосогласованным малым возмущениям гравитационного потенциала и функции фазовой плотности звезд, нашли общее выражение для критической длины Джинса. Во вращающейся плоской звездной системе, как известно, устойчивость осесимметричных возмущений определяется критерием Тоомре [5]. Обобщение этого критерия с учетом неосесимметричных возмущений, дифференциального вращения и постэпициклических поправок в орбитах звезд дано в настоящей работе. Оказалось, что критическая дисперсия скоростей, необходимая для подавления неустойчивости системы, может превосходить вычисленную Тоомре в 1,5 раза и более из-за сложного характера маргинальной неустойчивости.

Анализ малых возмущений в бесстолкновительной вращающейся системе показал, что докритические возмущения распространяются в виде незатухающих волн звездной плотности (Марочник и Птицына [12]). В отличие от исследований Линден-Белла [3], который использовал максвелловскую функцию распределения, они рассмотрели произвольную функцию распределения. Вывод о возможности существования волн звездной плотности в галактиках является важнейшим результатом теории коллективных процессов.

Во-вторых, учет коллективных возбуждений в звездных системах позволил дать волновую интерпретацию спиральной структуры галактик как волн плотности распространяющихся по галактическому диску (Лин, Шу, 1964, 1966 [15-17]).

Волновая теория спиральной структуры сразу вызвала интерес большого количества исследователей [18 - 19]. В работах [20-24] волновая теория получила дальнейшее развитие и более законченную форму. Однако в квазистационарной волновой теории спиральной структуры сразу обнаружились фундаментальные трудности, связанные с "антиспиральной теоремой" [25] и необходимостью механизма ее поддержания против радиального сноса диспергирующих волн [26].

Обе трудности могут быть преодолены, если существует эффективная неустойчивость спиральных волн звездной плотности и если сама спиральная структура считается почти стоячей (по радиусу) волной. Такой динамический подход в волновой теории спиральной структуры был предложен рядом авторов [27-35]. Говорить о спиральной структуре типа стоячей по радиусу волны имеет смысл, если набор спиральных мод дискретный. Чтобы получить этот набор, необходимо решить строгую математическую задачу о собственных неосесимметрических колебаниях звездного диска. Поэтому в рамках динамического подхода, в котором предполагается, что спиральные волны плотности возбуждаются вследствие гравитационной неустойчивости звездного диска галактик, требуются, строго говоря, и нелокальные расчеты. Однако локальный подход необходим,чтобы разобраться в физической роли различных дестабилизирующих (или же стабилизирующих) диск против спиральных возмущений факторов [36]. В различном поведении звездных дисков в большом и малом масштабах, в различной устойчивости их против осесимметричных и неосесимметричных возмущений, в различном характере их локальной и глобальной устойчивости проявляется неаддитивность звездных систем, их коллективный характер, связанный с дальнодействующим характером сил гравитации.

Динамический подход подробно обсуждается в обзорах [37, 38], в которых рассмотрены спиральные моды гравитационно-звуковой (джинсовской) природы. В обобщенном в этих обзорах цикле работ совершенно не учитываются дрейфовые, связанные с дифференциальностью вращения и пространственной неоднородностью гравитационные неустойчивости спиральных возмущений. Однако как показано автором диссертации, дрейфовые неустойчивости являются дополнительным физическим механизмом, усиливающим развитие нормальной спиральной структуры в галактиках [39,40].

Диссертация посвящена исследованию динамических проблем спиральной структуры, таких как вопрос о типах спиральных мод, условиях их возбуждения вследствие гравитационных неустойчивостей различных видов, а также квазилинейным процессам динамической эволюции галактик, с точки зрения общего равновесия, устойчивости и эволюции звездных систем, особенностей их фазового распределения.

Актуальность работы определяется теми проблемами, которые существуют в настоящее время в теории спиральной структуры галактик. Сейчас остается мало сомнений в том, что спиральные рукава галактик являются волнами плотности [41]. Эта концепция, как известно, восходит к пионерским работам Линдблада [42] и Лина и Шу [15,16]. Несмотря на то, что она сейчас является практически общепринятой, в ней сохраняется ряд проблем, которые остаются открытыми и на сегодняшний день. В первую очередь к ним относится так называемая проблема возбуждения, сохраняемости, поддержания волн плотности в звездно-газовых дисках, моделирующих ситуацию в спиральных галактиках. Хотя и ясно, что спиральные волны плотности могут существовать в галактических дисках, но вопрос о механизмах возбуждения и источниках энергии этих волн остается открытым. Предлагаемая работа посвящена исследованию этого вопроса, чем и определяется ее актуальность.

Цель работы состоит в выявлении и исследовании различного рода механизмов неустойчивости волн плотности в галактических дисках, которые могли бы быть ответственными за возбуждение и поддержание в течение длительного времени спирального узора в галактиках, а также в анализе процессов обмена энергией и угловым моментом между звездами и волнами плотности, изучении квазилинейных процессов установления волн.

Научная новизна работы состоит в том, что найдены новые типы неустойчивостей волн плотности в моделях звездных дисков, обусловленные дрейфовыми эффектами в движениях звезд, конечностью величины угла закрутки спирального узора, кинематической и пространственной неоднородностью системы, которые могут порождать спиральную структуру.

Новыми результатами являются:

I. Расчет (с точностью до слагаемых второго порядка малости) орбит звезд в дисковых галактиках с учетом их дрейфа из-за дифференциальности вращения и анизотропности распределения скоростей.

2. Рассмотрение в рамках физической кинетики волн звездной плотности с учетом найденных орбит, азимутальных сил и фактора анизотропии.

3. Получение обобщенного локального дисперсионного соотношения для спиральных волн плотности с учетом указанных выше факторов.

4. Новые дрейфовые, связанные с дифференциальностью вращения и пространственной неоднородностью гравитационные неустойчивости спиральных возмущений.

5. Получение обобщенного критерия устойчивости (в смысле Тоомре).

6. Расчет (в квазилинейном приближении) воздействия спиральных возмущений на фоновое состояние с учетом пространственной неоднородности и дифференциальности вращения.

7. Анализ механизмов перераспределения вещества, энергии и углового момента, обусловливающих эволюционную роль спиральной структуры в звездных дисках.

8. Обобщение условия стягивания спирального узора к резонансам при учете конечности величины угла закрутки и дифференциальности вращения.

9. Получение в рамках кинетического рассмотрения нелокального дисперсионного уравнения для волн плотности с учетом дрейфовых эффектов. На основе численного решения этого уравнения найдено критическое значение параметра устойчивости, близкое по порядку величины к найденному Пибблзом и Острайкером.

10. Анализ возможности реализации обнаруженных механизмов неустойчивости спиральных волн плотности применительно к реальным галактикам.

Научно-практическая ценность работы состоит в обнаружении и исследовании новых механизмов неустойчивости волн плотности, ответственных за спиральные узоры галактик, что открывает новые возможности в решении проблемы источников энергии этих волн и механизмов их возбуждения.

Апробация. Основные результаты докладывались на Всесоюзных совещаниях по звездной динамике в Душанбе (1970 г.) и Алма-Ате (1972 г.), на Всесоюзных конференциях в Иркутске (1976 г.) и Киеве (1983 г.). Они представлялись на I-ю Европейскую астрономическую конференцию в Афинах (1972 г.), отражены в отчетах Комиссии 33 Международного астрономического союза на XVI (1976 г.) и XVII (1979 г.) ассамблеях. Докладывались также на научных семинарах АО ЛГУ и ФТИ АН СССР, на Всесоюзном семинаре "Актуальные проблемы астрофизики" (1986 г.).

На защиту выносятся следующие основные положения:

I. возможность усиления спиральных волн плотности дрейфовыми и сдвиговыми неустойчивостями, обусловленными: дифференциальностью вращения и пространственной неоднородностью;

2. обобщенный критерий устойчивости по отношению к спиральным волнам плотности;

3. зависимость протяженности спирального узора от степени неоднородности вращения и неосесимметричности возмущений;

4. квазилинейная теория эволюции дифференциально вращающихся и пространственно неоднородных звездных систем с возбужденными в них спиральными волнами плотности;

5. возможность реализации найденных неустойчивостей в реальных галактических системах.

Содержание работы.

Диссертация состоит из введения, 5-ти глав (24 параграфов) и заключения. Общий объем – I6I страница. Список литературы – I75 названий.

Во введении дана краткая характеристика работы.

В главе I "Дисперсионные свойства звездных дисков" кинетическое уравнение для функции распределения фазовой плотности преобразуется к удобному для расчетов виду путем выделения круговой скорости звезд и амплитудных координатных факторов. Рассчитаны орбиты звезд с точностью до слагаемых второго порядка малости включительно по степеням эпициклов (эксцентриситета орбиты) в диске с шварцшильдовским законом распределения остаточных скоростей. Они отличаются от линдбладовских орбит, также вычисленных с точностью до второго порядка малости, наличием дрейфовых слагаемых (из-за дифференциальности вращения, прежде всего). Обсуждаются основные физические предпосылки динамического подхода к проблеме волн звездной плотности. Они включают в себя особенности распределения вещества и углового момента, баланс различных видов энергии в тонком диске, учитывают, что гравитирующие системы обладают отрицательной "теплоемкостью", а волны плотности в них - отрицательными энергией и проекцией углового момента. Характеризуются встречающиеся в литературе виды дисперсионных соотношений, обсуждается их применимость и полнота. Сформулированы принципы нелокального подхода в теории нестационарных процессов в звездных дисках. В заключение главы сформулированы основные принципы динамического подхода к проблеме происхождения спиральной структуры галактик.

В главе 2 "Неосесимметричные спиральные возмущения в звездных дисках" показана необходимость расширения рамок асимптотического приближения в теории волн плотности путем учета эффектов конечности угла закрутки и азимутальных сил. Азимутальные силы ответственны за перенос углового момента вдоль радиуса, за специфическую гравитационную неустойчивость спиральных возмущений в дифференциально вращающейся галактике. Кинетический подход позволяет естественно учесть дифференциальность вращения и конечность угла закрутки, в отличие от гидродинамического подхода [36].

В главе 3 "Неустойчивости спиральных волн плотности (локальный подход)" получено обобщенное локальное дисперсионное соотношение для спиральных волн плотности. С разной степенью общности дисперсионные соотношения получались ранее рядом авторов, в том числе и автором настоящей работы. В полученном дисперсионном соотношении приняты во внимание все эффекты второго порядка в орбитах звезд, без чего учет конечности угла закрутки был бы непоследовательным.

Исследована неустойчивость спиральных возмущений, связанная с дрейфовыми (из-за дифференциальности вращения) движениями звезд. Из-за них либо вследствие эффекта Вавилова-Черенкова, либо вследствие эффекта Допплера могут развиваться особые виды неустойчивости волн плотности. Первый эффект имеет место в области коротационного резонанса, второй - в области внешнего линдбладовского резонанса. Неустойчивости, связанные с дрейфом звезд из-за дифференциальности вращения являются неустойчивостями кинетического типа. Дифференциальность вращения и пространственная неоднородность влияют и на обычные "гравитационно-звуковые" волны гидродинамического типа, изменяя их дисперсионные свойства [36-38, 43].

В бесстолкновительной звездной системе имеют место и другие типы дрейфовых неустойчивостей, аналогичные плазменным. Эпициклические движения звезд подобны циклотронному вращению заряженных частиц в плазме. Показано, что аналогично плазменной дрейфово-циклотронной неустойчивости существует также дрейфово-эпициклическая гравитационная неустойчивость, обусловленная асимметричным дрейфом звезд и их эпициклическим вращением. Эта неустойчивость была обнаружена автором в 1976 г. [44].

Дрейфовые неустойчивости существуют для неосесимметрических возмущений с конечным углом закрутки.

В пространственно неоднородных звездных системах из-за конечности размера эпицикла функция распределения остаточных скоростей зависит не только от абсолютного значения вектора скорости, но и от его направления [45]. Динамические проявления угловой асимметрии звездных движений аналогичны изучавшимся в плазменной физике [46-47]. Несимметричное распределение звезд по углам в пространстве скоростей приводит к дополнительным динамическим эффектам. В частности, возможно появление дрейфово-эпициклической неустойчивости высокочастотных неосесимметрических возмущений.

В данной главе рассмотрен также вопрос об устойчивости трехмерной звездной системы с неизотропной функцией распределения остаточных скоростей. Показано, что устойчивость системы по отношению к возмущениям, искажающим состояние вдоль оси вращения, требует дисперсии вдоль нее, превышающей определенное критическое значение, которое согласуется с получаемым из наблюдений соотношением дисперсий для трехосного эллипсоида остаточных скоростей.

<u>В главе ІУ</u> "Неустойчивости спиральных волн плотности (нелокальный подход)" получено нелокальное дисперсионное соотношение, роль которого играет определитель Фредгольма интегрального уравнения для возмущенной пространственой звездной плотности. Оно содержит дополнительное интегрирование по пространственной координате и суммирование (либо интегрирование) по параметру пространственной периодичности. Для вычисления частот и инкрементов необходимо знать распределение параметров системы. Спектр частот, как правило, дискретный.

Здесь ставилась цель развить общий подход к проблеме (ряд строгих модельных результатов см. в монографии В.Л.Полыченко и А.М.Фридмана [48]). Был выполнен численный расчет частоты медленной дрейфовой волны плотности в хантеровском диске на основе нелокального дисперсионного соотношения. Одновременно нелокальное дисперсионное соотношение содержит в себе глобальный параметр неустойчивости типа параметра Острайкера-Пиблса.

Исследован знак и найдено численное значение энергии и момента медленных дрейфовых волн плотности в звездном диске класса Хантера. Энергия и проекция момента на ось симметрии зависят только от одного параметра, аналогичного параметру Острайкера-Пиблса; обе величины отрицательны во всем интервале изменения этого параметра. Отрицательность энергии и проекции момента волны означает, что они отбираются волной у звезд внутренней области диска и передаются для данного типа волн звездам внешней части в зоне коротации.

<u>В главе У</u> "Неустойчивость и эволюция возмущений в звездных дисках" найден обобщенный критерий устойчивости (в смысле Тоомре) для тонкого пространственно и кинематически неоднородного звездного диска с дополнительным учетом в орбитах звезд эффектов второго порядка - осцилляций с удвоенной эпициклической частотой и систематического (из-за дифференциальности вращения) дрейфа. Показано, что диск при учете конечности угла закрутки узора, порожденного возмущениями фонового гравитационного потенциала стабилизируется радиальной дисперсией хаотических скоростей, превышающей известный предел Тоомре.

Проанализированы следствия изменения вида дисперсионного уравнения из-за учета конечности угла закрутки спиральных возмущений. Аналогично тому, как это ранее было сделано в гидродинамическом приближении [37], показано, что отягивание узора к линдбладовским резонансам начинается при значении параметра Тоомре, равном не единице, как это было у Тоомре, а превышает единицу на величину, зависящую от угла закрутки и степени дифференциальности вращения. Таким образом, снята одна из принципиальных трудностей в волновой интерпретации спиральной структуры галактик, которая, казалось, не допускала крупномасштабного спирального узора, простирающегося непрерывным образом за пределы круга коротации.

Спиральные волны плотности меняют состояние системы. В работе построена квазилинейная теория изменений исходного состояния под действием волн малой конечной амплитуды. Уравнения теории описывают квазилинейные процессы обмена энергией и угловым моментом между звездами, а также изменения в их пространственном распределении посредством возбуждаемых волн. Специфика процессов обусловлена тем, что волны звездной плотности (как собственные колебания) - волны с отрицательной энергией и проекцией углового момента. Оценены характерные шкалы временной эволюции.

Обсуждается также возможная эволюционная роль спиральных возмущений. Посредством спиральных волн плотности происходит перенос энергии и момента наружу, а массы - в центр системы с одновременным изменением ее размеров. Поскольку гравитирующие системы обладают отрицательной "теплоемкостью", звездный диск, отдавая энергию волне, "нагревается". Другими словами, энергия кругового движения переносится наружу с одновременным усилением хаотических движений во внутренних областях. Выполнив свою эволюционную роль, связанную с перераспределением вещества и вращения в системе, волны плотности исчезают. В целом, в ходе эволюции звездный диск переходит в конечное устойчивое состояние, близкое к предсказанному К.Ф. Огородниковым [49].

В последнем параграфе главы У обсуждена совокупность наблюдательных данных. Сделан вывод, что концепция динамического подхода, развитого в данной работе, находится в хорошем согласии с этими данными.

Заключение резюмирует основные результаты диссертации и содержит краткое изложение перспектив дальнейших исследований.

Основные публикации по теме диссертации:

1. Максумов М.Н. Устойчивость системы самогравитирующих частиц с неизотропной функцией распределения случайных скоростей по отношению к неосесимметрическим возмущениям. - Докл. АН Тадж.ССР, 1970, т.13, № 2, с.15-18.
2. Максумов М.Н. К динамике слабонестационарной эволюции бесстолкновительных гравитирующих систем. - В сб. "Динамика галактик и звездных скоплений". Алма-Ата: Изд-во "Наука" Казахской ССР, 1973, с.88-93.
3. Максумов М.Н. Связь динамической специфики спиральных волн плотности с геометрией их узора. - В сб. "Динамика галактик и звездных скоплений". Алма-Ата: Изд-во "Наука" Казахской ССР, 1973, с.167-171.
4. Максумов М.Н. Дрейфовая неустойчивость в дифференциально вращающейся осесимметричной звездной системе. - Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР, 1974, № 64, с.3-15.
5. Максумов М.Н., Мишуров Ю.Н. Дрейфовые волны плотности в

осесимметричной дифференциально вращающейся дисковой галактике. - Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР, 1974, № 64, с.16-21.

6. Максумов М.Н. Влияние дрейфовых волн плотности на фазовое распределение звезд. - Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР, 1974, № 64, с.22-28.

7. Максумов М.Н. К вопросу об эволюции начальных возмущений в звездной системе. - Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР, 1974, № 64, с.29-35.

8. Максумов М.Н. Энергетическая эффективность волновых процессов в галактиках. - Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР, 1974, № 64, с.36-39.

9. Maksumov M.N. On the possible role of the stellar drift motions for the dynamics and structure of differentially rotating stellar systems. - In: "Galaxies and Relativistic Astrophys. Proc. 1-st Eur. Astron. Meet., Athens, 1972. Vol.3". Berlin e.a., 1974, 120-127.

10. Максумов М.Н. Дифференциальные эффекты в пекулярных движениях звезд и динамика дифференциально вращающихся галактик. Ротапринт. Изд-во "Дониш", Душанбе, 1974, 20 стр.

11. Максумов М.Н. Некоторые особенности динамики и структуры дифференциально вращающихся галактик. - В сб. Динамика и эволюция звездных систем. (Сер. "Проблемы исследования Вселенной", вып.4), М.-Л., 1975, с.249-256.

12. Максумов М.Н. О кинетике возбуждения дрейфовых волн плотности при Допплер-эффекте. - Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР, 1976, № 66-67, с.3-13.

13. Максумов М.Н. Некоторые вопросы гравитационной устойчи-

вости дифференциально вращающихся галактик. - Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР, 1980, № 69-70, с.3-8.

14. Максумов М.Н. Динамические проявления угловой асимметрии звездных движений в галактиках. - Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР, 1982, № 71, с.3-6.

15. Литвинцев С.И., Максумов М.Н. Секторные волны плотности в модельном звездном диске. - Докл. АН Тадж.ССР, 1982, т.25, № 10, с.593-596.

16. Иванникова Е.И., Литвинцев С.И., Максумов М.Н. Энергия и момент медленных дрейфовых спиральных волн плотности.- Докл. АН Тадж.ССР, 1982, т.25, № 11, с.655-658.

17. Максумов М.Н. Дрейфово-вращательная гравитационная неустойчивость в галактиках. - Докл. АН Тадж.ССР, 1982, т.25, № 12, с.720-723.

18. Гривнев Е.М., Иванникова Е.И., Максумов М.Н. Устойчивость и структура звездного диска Галактики. - Тезисы докладов конф. "Структура галактик и звездообразование". Киев, 1983, с.10-11.

19. Иванникова Е.И., Максумов М.Н. Орбиты звезд в дифференциально вращающихся дисковых галактиках. - Докл. АН Тадж. ССР, 1985, т.28, № 11, с.631-634.

Л и ч н ы й в к л а д в совместные работы. В работах № 5,15,16 списка постановка задачи осуществлена автором, участие в аналитических расчетах равноценное. В работах №№ 18-19 списка вклад соавторов раноценен, исключая численные расчеты в работе 18 , которые выполнил Е.М.Гривнев и которые в диссертации не используются.

Глава I.

ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ЗВЕЗДНЫХ ДИСКОВ

§ I.I. Орбиты звезд в дифференциально вращающихся дисковых галактиках

В звездных дисках, как и во всех динамических системах, существует тесная взаимосвязь между характером движения звезд-частиц и свойствами всей системы в целом. От него зависит устойчивость диска [50]. Особую роль при этом играют дрейфовые движения звезд в дифференциально вращающихся галактиках и эллиптичность эпициклов.

Как давно показано рядом авторов, эллиптичность эпициклов и неизотропность распределения остаточных скоростей звезд есть следствие дифференциальности вращения [45,49]. В работе [51] найдены орбиты с точностью до слагаемых второго порядка малости по степеням эпициклов (эксцентриситета орбиты) включительно для звездного диска с шварцшильдовским законом распределения остаточных скоростей

$$f \sim \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{v_r^2}{c_r^2} + \frac{v_\varphi^2}{c_\varphi^2}\right)\right\}$$

v_r, v_φ – радиальная и тангенциальная остаточные скорости в цилиндрической галактоцентрической системе координат, c_r, c_φ – соответствующие дисперсии скоростей. Ось z совпадает с осью вращения диска. Начало системы координат совпадает с центром вращения.

Известно ([49] , стр.285, [52], [53]), что для дифференциально вращающихся систем существует определенное соотношение между значениями c_r и c_φ , а именно

$$c_\varphi = \frac{\varkappa}{2\Omega} c_r ,$$

где $\varkappa = \left[2\Omega\left(2\Omega + r\frac{d\Omega}{dr}\right)\right]^{1/2}$ – эпициклическая частота, Ω – угловая скорость вращения.

Выделим в полной азимутальной скорости звезды v_φ круговую скорость ($\Omega \cdot r$). Перейдем к остаточной азимутальной скорости $v_\varphi' = (2\Omega/\varkappa) v_\varphi$, так что $v_\varphi = \Omega r + \frac{\varkappa}{2\Omega} v_\varphi'$. В переменных v_r , v_φ' функция распределения симметризуется, что облегчает расчет колебаний фазовой плотности в задачах устойчивости. Вводя цилиндрические координаты в пространстве новых остаточных скоростей $v_\perp = \sqrt{v_r^2 + v_\varphi'^2}$, $\alpha = \mathrm{arctg}(v_\varphi'/v_r)$, получим следующие уравнения движения для звезд в неизотропном диске ([49], стр.250-251)

$$\frac{dr}{dt} = v_\perp \cos\alpha ,$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega + \frac{v_\perp}{a \cdot r} \sin\alpha ,$$

$$\frac{dv_\perp}{dt} = \left(\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{v_\perp^2 B}{4r}\right)\cos\alpha + \frac{a}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\sin\alpha - $$

$$- \frac{v_\perp^2 B}{4r}\cos 3\alpha ,$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\varkappa + \frac{a}{v_\perp r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\cos\alpha - \left(\frac{1}{v_\perp}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{v_\perp}{a^2 r} - \right.$$

$$\left. - \frac{v_\perp B}{4r}\right)\sin\alpha + \frac{v_\perp B}{4r}\sin 3\alpha. \qquad (I.I)$$

Здесь $a = \frac{2\Omega}{\varkappa}$, $B = \frac{1}{a^2} - 1 + r\frac{d\ln a}{dr}$,

ψ - редуцированный гравитационный потенциал, из которого вычтена часть, скомпенсированная центробежной силой. В пределе $a \to 1$ (случай слабой дифференциальности вращения) система (I) совпадает с системой (6) в работе [32]. Теперь, пользуясь методом усреднения Боголюбова-Зубарева [54], можно найти орбиты частиц, которые будут представлены в виде разложения действительного движения, описываемого координатами $r, \varphi, v_\perp, \alpha$, на усредненное движение - круговое и дрейф звезд, и "дрожания" - осцилляции с частотами $\varkappa$ и $2\varkappa$. При усреднении принималось, что $\varkappa$, Ω - большие величины, имеющие одинаковый порядок (в отличие от работы [54], где большой параметр присутствовал только в одном уравнении орбит). Поэтому система (I) в обозначениях работы [54] имеет вид

$$\frac{dx_k}{dt} = \lambda\omega_k(x) + X_k(x,\alpha),$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \lambda\omega(x) + A(x,\alpha).$$

В нашем случае $\omega_2 \equiv \Omega$, $\omega_1 = \omega_3 = 0$.

Проделывая стандартную процедуру разложения переменных в ряд и приравнивая члены одного порядка, получим для дрейфов

$$\mathcal{X}_k^{(1)\prime} = \mathcal{X}_k^{(1)} + \frac{1}{2}\sum_{p,q=1}^{3}\overline{\frac{\partial^2 \omega_k}{\partial x_p \partial x_q}\xi_p^{(1)}\xi_q^{(1)}} + \sum_{p=1}^{3}\frac{\partial \omega_k}{\partial x_p}\cdot\overline{\xi_p^{(2)}} \quad (\mathrm{I}.2)$$

Здесь $\mathcal{X}_k^{(1)}$ – дрейф, полученный из (25.4) [54]. Последний член справа появляется, если предположить наличие неколебательной части у $\xi_p^{(2)}$. Это связано с тем, что из-за зависимости $\varkappa$ от r и анизотропности распределения остаточных скоростей, центр колебаний сдвинут на не меняющуюся со временем величину второго порядка малости $\delta r^{(2)}$ с выбранного начального радиуса r_0 [45]. Это смещение $\delta r^{(2)}$ не носит характер дрейфа, хотя зависит от $v_\perp$, $\varkappa$, a , B .

$\xi_k^{(1)}$, u_1, $\xi_k^{(2)}$ имеют следующий вид:

$$\xi_k^{(1)} = \frac{1}{\omega}\int\Big(\sum_{n=1}^{3}\frac{\partial \omega_k}{\partial x_n}\xi_n^{(1)} + \mathcal{X}_k\Big)d\alpha, \quad (\mathrm{I}.3)$$

$$u_1 = \frac{1}{\omega}\int\Big(A + \sum_{n=1}^{3}\frac{\partial \omega}{\partial x_n}\cdot\xi_n^{(1)}\Big)d\alpha \quad (\mathrm{I}.4)$$

$$\xi_k^{(2)} = \frac{1}{\omega}\int\Big(\frac{\partial \mathcal{X}_k}{\partial \alpha}u_1 + \sum_{n=1}^{3}\frac{\partial \mathcal{X}_k}{\partial x_n}\cdot\xi_n^{(1)} +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{n,q=1}^{3}\frac{\partial^2 \omega_k}{\partial x_q \partial x_n}\xi_q^{(1)}\cdot\xi_n^{(1)}+\sum_{n=1}^{3}\frac{\partial\omega}{\partial x_n}\xi_n^{(2)}\Big)d\alpha \tag{I.5}$$

Дрейф по α определяется выражением

$$\Omega_1' = \Omega_1 + \sum_{n=1}^{3}\frac{\partial\omega}{\partial x_n}\overline{\xi_n^{(2)}}, \tag{I.6}$$

где у $\xi_n^{(2)}$ берется только неосциллирующая часть (нулевая гармоника $\xi_n^{(2)}$), а Ω_1 – дрейф, найденный в работе [54] (формула 25.II).

Найденные в результате вычислений орбиты звезд в дифференциально вращающемся диске с шварцшильдовским распределением по скоростям запишутся в следующем виде

$$r = r_0 + \delta r^{(1)}\sin\alpha_0 - \delta r^{(2)}\cos 2\alpha_0 + \delta r^{(2)} +$$

$$+\frac{a}{\varkappa r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}t - \delta r^{(1)}\sin\alpha + \delta r^{(2)}\cos 2\alpha, \tag{I.7}$$

где $\delta r^{(1)} = \frac{v_1}{\varkappa}$, $\delta r^{(2)} = \frac{v_1^2}{4\varkappa^2 r}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{B}{3} - r\frac{d\ln\varkappa}{dr}\right)$;

$$\psi = \varphi_0 - \frac{a v_1}{\varkappa r}\cos\alpha_0 - \left(a_1 - \frac{1}{2\varkappa}\frac{d\Omega}{dr}\cdot\delta r^{(2)}\right)\cdot\sin 2\alpha_0 +$$

$$+\left(\Omega - \frac{1}{a\varkappa r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{v_1^2}{\varkappa r}b\right)t + \frac{a v_1}{\varkappa r}\cos\alpha +$$

$$+\left(a_1 - \frac{1}{2\varkappa}\frac{d\Omega}{dr}\delta r^{(2)}\right)\sin 2\alpha, \qquad (I.8)$$

где $a_1 = \frac{v_1^2}{\varkappa^2 r^2}\cdot\frac{1}{4a}\left(\frac{B}{3} + 2 - r\frac{d\ln\varkappa}{dr} + \frac{ar^2}{2\varkappa}\frac{d^2\Omega}{dr^2}\right),$

$$b = \frac{1}{2a}\left(\frac{d\ln\varkappa}{dr} + \frac{2a\varkappa r}{v_1^2}\frac{d\Omega}{dr}\delta r^{(2)} + \frac{ar}{2\varkappa}\frac{d^2\Omega}{dr^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{B}{r} + 2\frac{d\ln a}{dr}\right);$$

$$v_1 = v_{10} + \frac{v_1 a}{2\varkappa r^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(r\frac{d\ln\varkappa}{dr}\psi + \frac{1-a^2}{a^2}r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)t \qquad (I.9)$$

$$\alpha = \alpha_0 - (\varkappa + \varkappa_1)t, \qquad (I.10)$$

где $\varkappa_1 = \frac{v_1^2}{2\varkappa}\left\{\frac{1}{2\varkappa}\frac{d^2\varkappa}{dr^2} + \frac{2\varkappa}{v_1^2}\frac{d\varkappa}{dr}\delta r^{(2)} + \right.$

$$+ \frac{d\ln\varkappa}{dr}\left[\frac{1}{v_1^2}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{B}{4}\right)\right] - \frac{1}{v_1^2}\Delta\psi +$$

$$+ \frac{1}{v_1^2}\frac{\partial\psi}{\partial r}\left(\frac{B+1}{r} - \frac{3}{a^2 r}\right) - \frac{1}{a^2 r^2}\left(B - 3r\frac{d\ln a}{dr}\right) +$$

$$\left. + \frac{B}{12r^2}\left(2B - 3r\frac{d\ln a}{dr}\right) + \frac{\partial B}{\partial r}\cdot\frac{1}{4r}\right\}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$ – оператор Лапласа. Орбиты (I.7-I.10) в первом приближении без учета дрейфов и гармоник с удвоенной эпициклической частотой дают тот же результат, что и классическое эпициклическое приближение ([55], стр.64-65) в отличие от орбит работы [32]. Они отличаются от линдбладовских орбит, также вычисленных с точностью до второго порядка малости, наличием дрейфовых слагаемых, причем вид орбит совпадает с линдбладовским [45] в предельных случаях твердотельного и кеплеровского вращения с точностью до сдвига фазы колебаний на ($-\frac{\pi}{2}$). Дрейф по углам φ и α обращается в нуль для тех же предельных случаев вращения, как и должно быть для замкнутых орбит [56].

При слабой дифференциальности вращения и достаточно далеко от центра диска можно пренебречь осцилляциями с удвоенной эпициклической частотой и пользоваться орбитами звезд следующего вида [32,57]:

$$r = r_0 + \frac{v_1}{\varkappa_1}\sin\alpha_0 + \frac{1}{\varkappa_1 r}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}t - \frac{v_1}{\varkappa_1}\sin\alpha, \tag{I.11}$$

$$\varphi = \varphi_0 - a_2\cdot\frac{v_1}{\varkappa_1 r}\cos\alpha_0 + \Omega t + \frac{v_1^2}{2\varkappa_1 r}\frac{d\ln\varkappa_1}{dr}t -$$

$$- \frac{1}{\varkappa_1 r}\cdot\frac{\partial \psi}{\partial r}t + a_2\cdot\frac{v_1}{\varkappa_1 r}\cos\alpha, \tag{I.12}$$

$$v_\perp = v_{\perp 0} + \frac{v_\perp}{2\varkappa_1^2 r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\frac{d\varkappa_1}{dr}t, \qquad (I.I3)$$

$$\alpha = \alpha_0 - \varkappa_1 t, \qquad (I.I3)$$

где
$$\varkappa_1 = 2\Omega + \frac{1}{2}r\frac{d\Omega}{dr},$$

$$a_2 = \left(2\Omega - \frac{1}{2}r\frac{d\Omega}{dr}\right)/\varkappa_1 .$$

§ I.2. Два типа фазовых распределений звезд

Уравнения движения звезд, решение которых найдено в предыдущем параграфе, являются характеристиками кинетического уравнения для функции распределения фазовой плотности звезд $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ – бесстолкновительного уравнения Больцмана. Это обстоятельство важно для расчета колебаний фазовой плотности звезд.

При слабой дифференциальности вращения фоновое распределение остаточных скоростей почти изотропно. Тогда достаточно в кинетическом уравнении выделить круговую скорость и перейти к абсолютному значению остаточной скорости звезд $v_\perp = \sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2}$ и углу α, характеризующему положение вектора остаточной скорости в плоскости диска [32].

При заметной дифференциальности вращения распределение остаточных скоростей шварцшильдовское (эллипсоидальное, неизотропное). Тогда переход к абсолютному значению остаточной скорости не упрощает расчетов колебаний фазовой плотности в поле неосесимметричного гравитационного потенциала спиральных возмущений. В этом случае целесообразно перейти к обобщенным абсолютным характеристикам остаточных скоростей звезд, как это сделано в начале § I.I, в основу которого положена работа [51].

Запишем кинетическое уравнение в цилиндрических координатах, выделяя круговую скорость, в первом случае:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v_r\frac{\partial f}{\partial r}+\left(\frac{v_\varphi}{r}+\Omega\right)\frac{\partial f}{\partial \varphi}+\left(\frac{\partial \psi}{\partial r}+\Omega^2 r+2\Omega v_\varphi+\frac{v_\varphi^2}{r}\right)\frac{\partial f}{\partial v_r}+\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}-\frac{v_r\cdot v_\varphi}{r}-\left[2\Omega+r\frac{d\Omega}{dr}\right]v_r\right)\times\frac{\partial f}{\partial v_\varphi}=0 \qquad (I.15)$$

Для дальнейших вычислений удобно записать (I.15) в переменных $v_\perp=\sqrt{v_r^2+v_\varphi^2}$, $\alpha=arctg\,(v_\varphi/v_r)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v_\perp\cos\alpha\frac{\partial f}{\partial r}+\left(\frac{v_\perp\sin\alpha}{r}+\Omega\right)\frac{\partial f}{\partial \varphi}+\left(\left[\frac{\partial \psi}{\partial r}+\Omega^2 r\right]\cos\alpha+\frac{\sin\alpha}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}-\frac{r}{2}\frac{d\Omega}{dr}v_\perp\sin 2\alpha\right)\frac{\partial f}{\partial v_\perp}+\left(-\left[\frac{\partial \psi}{\partial r}+\Omega^2 r\right]\frac{\sin\alpha}{v_\perp}+\frac{\cos\alpha}{v_\perp r}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}-\frac{v_\perp\sin\alpha}{r}-\frac{r}{2}\frac{d\Omega}{dr}\cos 2\alpha\right)\frac{\partial f}{\partial \alpha}-\left(2\Omega+\frac{r}{2}\frac{d\Omega}{dr}\right)\frac{\partial f}{\partial \alpha}=0 \qquad (I.16)$$

Во втором случае, когда распределение остаточных скоростей звезд эллипсоидальное, перейдем к остаточной тангенциальной скорости $v_\varphi' = (2\Omega/\varkappa)\, v_\varphi$ с весом $(2\Omega/\varkappa)$, как это сделано в § I.I. Тогда кинетическое уравнение с выделенной круговой скоростью (то есть полная азимутальная скорость звезды $V_\varphi = \Omega r + \frac{\varkappa}{2\Omega} v_\varphi'$) примет вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \left(\frac{1}{a}\cdot\frac{v_\varphi'}{r} + \Omega\right)\frac{\partial f}{\partial \varphi} +$$

$$+\left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} + \Omega^2 r + \frac{1}{a^2}\cdot\frac{v_\varphi'^2}{r} + \varkappa v_\varphi'\right)\frac{\partial f}{\partial v_r} +$$

$$+\left(\frac{a}{r}\frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} - \frac{v_r \cdot v_\varphi'}{r} - \Omega a v_r - a\, v_r \frac{d(\Omega r)}{dr} +\right.$$

$$\left. + \frac{d \ln a}{dr} v_\varphi' \cdot v_r\right)\cdot \frac{\partial f}{\partial v_\varphi'} = 0\,, \qquad \text{(I.I7)}$$

где $a = 2\Omega/\varkappa$. Напомним также, что $\varkappa = \sqrt{2\Omega\left(2\Omega + r\frac{d\Omega}{dr}\right)}$.

Переходя к переменным $v_\perp = \sqrt{v_r^2 + v_\varphi'^2}$ и $\alpha = \mathrm{arctg}\,(v_\varphi'/v_r)$, придадим уравнению (I.I7) следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_\perp \cos\alpha \frac{\partial f}{\partial r} + \left(\Omega + \frac{v_\perp}{a r}\sin\alpha\right)\frac{\partial f}{\partial \varphi} +$$

$$\Big[\Big(\Big[\frac{\partial\psi}{\partial r}+\Omega^2 r\Big]+\frac{v_1^2 B}{4r}\Big)\cos\alpha+\frac{a}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\sin\alpha-$$

$$\frac{v_1^2 B}{4r}\cos 3\alpha\Big\}\frac{\partial f}{\partial v_1}+\Big\{-\varkappa+\frac{a}{v_1 r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\cos\alpha-$$

$$\Big(\frac{1}{v_1}\Big[\frac{\partial\psi}{\partial r}+\Omega^2 r\Big]+\frac{v_1}{a^2 r}-\frac{v_1 B}{4r}\Big)\sin\alpha+$$

$$-\frac{v_1 B}{4r}\sin 3\alpha\Big\}\frac{\partial f}{\partial\alpha}=0, \qquad (\mathrm{I}.18)$$

где $a=\frac{2\Omega}{\varkappa}$; $B=\frac{1}{a^2}-1+r\frac{d\ln a}{dr}$.

Уравнения (I.16) и (I.18) будут использованы для расчета колебаний фазовой плотности звезд в поле спиральных возмущений в случаях квазиизотропных и существенно неизотропных распределений скоростей соответственно.

§ I.3. О причинах возникновения неустойчивости в звездных системах

В динамическом подходе к проблеме спиральной структуры предполагается, что волны плотности возбуждаются вследствие гравитационной неустойчивости звездного диска.

Неустойчивости могут быть связаны либо (I) с отклонением макроскопических величин от их равновесного значения, либо (2) с отклонением функции распределения по скоростям от равновесной. Неустойчивости, связанные с неравновесностью макроскопических величин, называются гидродинамическими. Неустойчивости, связанные с отклонением распределения частиц по скоростям от равновесного, называются кинетическими, так как требуют, как правило, рассмотрения с помощью кинетического уравнения для функции фазовой плотности (кинетического рассмотрения). Гидродинамические неустойчивости, естественно, также могут изучаться с помощью кинетического уравнения.

В работах [2-16, 27,28,58,59] показано, что, как и в плазме, причиной неустойчивости, развивающейся в звездных системах, может быть отклонение (в самом широком смысле) распределения остаточных скоростей от равновесного (что ведет к развитию кинетической неустойчивости, связанной с фазовым резонансом), гидродинамические же неустойчивости развиваются при неравновесных значениях макроскопических параметров. Очевидно, поэтому, что дрейфовые движения, связанные с пространственной неоднородностью фазовой плотности или с дифференциальностью вращения, должны обусловливать специфические неустойчивости. Эти неустойчивости могут служить дополнительным механизмом формирования спиральной структуры в волновой концепции последней. Таковы причины, оправдывающие интерес к этим неустойчивостям, аналогичным изучавшимся в плазменной физике [60-69].

В следующих главах будет показано, что динамическое своеобразие волн плотности зависит от структуры галактики и характера движения звезд в ней. Названные факторы в галактиках оказывают воздействие на разные типы волн. В частности, специфические неустойчивости волн плотности связаны с дифференциальным характером вращения галактик [32,33,70]. Волны плотности когерентно возбуждаются дрейфовым (из-за дифференциальности вращения) движением звезд.

Действительно, в дифференциально вращающихся галактиках пекулярное движение обладает дифференциальным эффектом. Другими словами, энергия пекулярного движения (вращения звезд по эпициклам), которая для единицы массы есть ($\mu \cdot \varkappa$) (μ - удельный угловой момент пекулярного движения, $\varkappa$ - угловая скорость вращения по эпициклу), зависит от пространственных координат. Для осесимметричных галактик, которые для простоты только и будут рассмотрены, в плоскости симметрии системы эта энергия меняется вдоль радиуса. Это обусловливает появление эффективной силы $\vec{f} = -\frac{\partial(\mu\varkappa)}{\partial r}\vec{e}_r$, где r - цилиндрическая радиальная координата, $\vec{e}_r$ - единичный вектор в радиальном направлении. Эта сила $\vec{f}$ вызывает дрейфовые движения со скоростью $\vec{v}_{dr} \approx \frac{[\vec{f}\vec{\Omega}]}{\varkappa \cdot \Omega} = \frac{1}{\varkappa}\frac{d(\mu\varkappa)}{dr}\vec{e}_\varphi$, где $\varkappa$ - эпициклическая частота звезды, $\vec{e}_\varphi$ - единичный вектор, касательный к линии углов, а направление Ω совпадает с осью z . При этих дрейфовых движениях звезд либо вследствие эффекта Черенкова [33,70], либо вследствие эффекта Доплера [32] могут возбуждаться волны плотности. Энергия этих дрейфовых (как их можно назвать) волн черпается из энергии дифференциального вращения [71].

Как известно, проблема энергетического источника, необходимого для длительного поддержания спирального узора в галактиках, является существенным моментом волновой теории спиральной структуры [26]. Выход здесь может быть в существовании механизмов эффективного возбуждения волн вследствие той или иной динамической неустойчивости. Энергетика динамической неустойчивости определяет, поэтому, энергетическую эффективность волновых процессов в галактиках.

Динамическая неустойчивость (I) может быть джинсовского типа, (2) обусловливаться взаимодействием физически различающихся подсистем, (3) определяться особенностями типа линдбладовских резонансов, (4) вызываться дрейфовым движением звезд в широком смысле. Оценим энергию, которая может быть передана волнам в каждом из перечисленных случаев.

I. При д ж и н с о в с к о м т и п е неустойчивости энергия волны не превышает энергии хаотического движения звезд плоской подсистемы [5]. Действительно, энергию волны, заключенную в удельном объеме и совпадающую по порядку величины с возмущенным гравитационным потенциалом ψ , можно оценить из уравнения Пуассона как

$$\psi \approx G\sigma_m \lambda, \tag{I.19}$$

где G - ньютоновская гравитационная постоянная, σ_m - возмущение плотности, вносимое волной, λ - характерный масштаб возмущения. Причем $\lambda \sim \lambda_{cr,T}$, где $\lambda_{cr,T}$ - критический по отношению к гравитационной устойчивости размер. $\lambda_{cr,T} = \dfrac{4\pi^2 G\sigma}{\varkappa^2}$ [5], где $\varkappa$ - эпициклическая частота частиц, σ - фоновая плотность, функционально связанная с угловой скоростью вращения системы. Из такой порядковой оценки следует, что

$$C_r^2 \gtrsim \psi \gtrsim \frac{\sigma_m}{\sigma} C_T^2 \lambda',$$

где $C_T = \frac{\pi G \sigma}{\varkappa}$, $\lambda' = \lambda / \lambda_{cr,T}$

При развитии джинсовской неустойчивости энергия волн имеет запас, не превышающий энергии хаотического движения звезд, "накачиваемой" гравитационной неустойчивостью, если только λ не превышает существенно $\lambda_{cr,T}$ при заметном контрасте плотности в волне.

2. Другой механизм - взаимодействие плоской и сферической подсистем спиральных галактик на волнах плотности, аналогичное взаимодействию, ответственному за известную в физике плазмы "пучковую" неустойчивость [27,28]. Можно ли считать, что значительная часть вращательной энергии плоской подсистемы может быть передана сферической с одновременной раскачкой волн плотности отрицательной энергии? По-видимому, это не так. Иначе бы плоская подсистема очень быстро рассеялась на сферической. Или во всяком случае, дисперсия скоростей звезд плоской подсистемы, даже с учетом их относительно небольшого возраста, должна была быть много больше наблюдаемой. Энергия флуктуаций плотности, возникающих в результате модуляции плоской подсистемы, близка к величине энергии хаотического движе-

ния звезд самой же плоской подсистемы. Эта энергия на два порядка меньше вращательной энергии плоской подсистемы. Это связано с тем, что звезды сферической подсистемы имеют большую дисперсию скоростей, сравнимую со скоростью вращения плоской подсистемы, с особенностями процесса квазилинейной релаксации, а также с различием масс плоской и сферической подсистем.

Энергию, идущую на возбуждение волн в результате взаимодействия подсистем, можно оценить, рассматривая это взаимодействие как своеобразное "трение". При таком "трении" плоская подсистема тормозится, теряя импульс. Передача импульса, как известно из механики, зависит от соотношения сталкивающихся масс. Поэтому теряемая плоской подсистемой энергия $\mathcal{E}$ (на единицу массы плоской подсистемы)

$$\mathcal{E} = \frac{M_p}{M_s} u_0 \delta u, \qquad (I.20)$$

где M_p - масса плоской подсистемы, M_s - масса сферической, u_0 - скорость вращения плоской подсистемы, δu - теряемая ею при торможении скорость.

В "зоне" взаимодействия $M_p / M_s \approx$ 0,I. Как известно, в результате торможения звезды плоской подсистемы должны диффундировать до тепловой скорости звезд сферической подсистемы. Так как эта последняя близка к скорости вращения плоской подсистемы, то $\delta u \approx \left(\frac{1}{6} \div \frac{1}{10}\right) u_0$. Видно, таким образом, что $\mathcal{E} \approx \left(\frac{1}{60} \div \frac{1}{100}\right) u_0^2$. Тем не менее, взаимодействие сферической и плоской подсистем на волнах плотности может, по-видимому, поддерживать тугозакрученную спиральную структуру в Sa- и Sb- галактиках. Однако, это исключено, по-видимому, для слабозакрученной спиральной структуры в Sc-галактиках, где сферическая подсистема более слабая. Обратная зависимость от M_S в формуле (I.20) не должна вводить в заблуждение, так как эта формула неприменима при слабой выраженности сферической подсистемы.

Для обоих рассмотренных механизмов существенным оказывается прежде всего характер распределения массы. Но следует ожидать зависимости динамических процессов в галактиках не только от распределения массы, но и от характера распределения углового момента. Последнее особенно важно именно для неосесимметричных возмущений спирального типа, в которых возможна дополнительная передача углового момента между частицами системы.

3. К числу особенностей в распределении углового момента следует отнести дифференциальность вращения. Поэтому энергия дифференциального вращения является обильным энергетическим источником. К примеру, она равна (в относительных единицах) для диска с законом вращения, как в нашей Галактике, следующей величине

$$\frac{\dfrac{2V_m^2 R'^2}{(1+R'^2)^2} - \dfrac{1}{2}V_m^2}{\dfrac{1}{2}V_m^2} = -\frac{(1-R'^2)^2}{(1+R'^2)^2},$$

V_m - максимальная линейная скорость вращения диска на расстоянии R_m от центра, $R' = R/R_m$ - безразмерный радиус. При $R' \simeq 1,4$ относительная убыль энергии круговых движений составляет 10%.

Она может быть трансформирована в энергию волн, например, в результате резонансного взаимодействия их со звездами [24, 32,70]. Работа [24] и работы [32,70] были выполнены независимо. Причем, в работах [32,70], в которых резонансное взаимодейст-вие исследовано прямым рассмотрением устойчивости спиральных волн плотности, учтен дрейф звезд из-за дифференциальности вращения. Введение дрейфа усиливает эффект, во-первых, и позволяет получить в явной форме критерий устойчивости по отношению к резонансному взаимодействию звезд и волны, во-вторых. Динамическая ситуация вблизи линдбладовских резонансов важна с точки зрения локальной генерации спиральной структуры с конечным углом закрутки (или же просто поведения спиральной структуры в окрестностях линдбладовских резонансов, коль скоро она уже существует), когда существенна передача углового момента по радиусу диска, его перераспределение по диску.

Как показано в работе [24] на основе элементарного анализа характеристической диаграммы Линдблада [49], при наличии возмущений звезды отдают энергию и момент в области внутреннего линдбладовского резонанса и приобретают их в области коротационного и внешнего резонансов. Это соответствует найденному в работах [32,70] затуханию спирального возмущения при частоте, соответствующей аномальной допплеровской, и неустойчивости возмущения при черенковской и допплеровской частотах.

Такой характер обмена энергией между волной и звездами фона соответствует тому, что волны плотности - волны отрицательной энергии и момента. Отрицательность энергии и момента волны означает, что они отбираются волной у звезд внутренней области диска и передаются звездам внешней его части [24]. В этом заключается и эволюционная роль волн плотности.

Звездный диск, как гравитирующая система, имеет также отрицательную "теплоемкость". Части диска, отдающие энергию и угловой момент "нагреваются" - растет дисперсия остаточных скоростей звезд, то есть их движение становится более некруговым. Внешние части диска, напротив, "охлаждаются", получая энергию и угловой момент. Орбиты звезд в ней становятся более круговыми.

Энергия волнового движения в этом случае порядка приращения энергии некруговых движений, порожденного потерей углового момента. Если теряется угловой момент, равный моменту кориолисова кружка звезды, то энергия некруговых движений в расчете на единицу массы будет $\mathcal{E} \simeq \mu \cdot \varkappa$, где $\mu = v_\perp^2/\varkappa$ - угловой момент звезды с остаточной скоростью $v_\perp$ на кориолисовом круге, $\varkappa$ - эпициклическая частота. Видим, что $\mathcal{E} \sim v_\perp^2$. Энергия такого порядка переходит в энергию волнового движения, если спиральные ветви имеют конечный угол закрутки и из-за действия азимутальных сил подвержены резонансным эффектам. Как показывают квазилинейные оценки, почти вся энергия дрейфового движения звезд может перейти в энергию крупномасштабных волн плотности [72].

Из известного минимального свойства круговых орбит [73] следует, что лишь часть энергии дифференциального вращения может быть перераспределена. Соответственно и не очень значителен перераспределяемый в системе угловой момент. Поэтому следует с осторожностью отнестись к одному из выводов, содержащемуся в работе [24], что перераспределение углового момента в системе посредством спиральных волн плотности может привести к изменению типа галактики (например, $Sc \to Sb$ в последовательности Хаббла нормальных спиральных галактик) из-за уплотнения центральных и расширения наружных областей галактик. Последний эффект слабо выражен, как подтверждается квазилинейными расчетами в главе 3 [72,74].

4. Аналогично плазменной дрейфово-циклотронной неустойчивости [47] существует также дрейфово-эпициклическая (дрейфово-вращательная) гравитационная неустойчивость, обусловленная асимметричным дрейфом звезд (из-за пространственной неоднородности звездной плотности). Она будет описана в главе 3 [75]. Энергия дрейфовой спиральной моды, возбуждаемой этой неустойчивостью, того же порядка, что и у описанных выше.

Выше оценена энергетическая эффективность волновых процессов, обусловленных различными динамическими механизмами. Энергетика этих механизмов такова, что у спиралей, формирующихся вследствие этих неустойчивостей, оказывается достаточный запас энергии. Часть неустойчивостей проявляется, если спирали имеют конечный угол закрутки. По-видимому, именно такие механизмы существенны для Sc -галактик, у которых, как известно, спиральные ветви имеют относительно слабую закрутку и сильно развиты. Возможная связь динамической специфики спиральных волн плотности с геометрией их узора отмечена в работе [76].

Причину того, почему по такому механизму не формируются спирали у галактик Sa-и Sb-типов, следует искать в факторах, противодействующих развитию дрейфовой неустойчивости. Одним из таких факторов может быть наличие внешнего гравитационного поля из-за массивного гало. Очевидно, что наличие такого поля у галактик, состоящих из разных подсистем вполне вероятно. Но для них достаточно эффективны механизмы, формирующие тугозакрученные спирали. Однако, так как энергетический запас этих механизмов менее значителен, то и спиральная структура выражена слабее, чем в галактиках Sc -типа. Последнее обстоятельство также хорошо согласуется с наблюдениями.

В работах [34-38] подчеркнута также роль неустойчивостей, связанных с перераспределением углового момента при учете азимутальных сил из-за сдвиговых эффектов. Вынос углового момента, возбуждая некруговые движения звезд, приводит к более легкой раскачке спиральных волн, как ясно из всего сказанного в этом параграфе.

Быстрый темп развития неустойчивости спирального типа в численных экспериментах даже при наличии массивного гало [см., например, [77]] объясняется, по-видимому, развитием сдвиговых неустойчивостей.

§ I.4. Дисперсионные соотношения

Динамика спиральных возмущений звездной плотности в диске описывается линеаризованным кинетическим уравнением (вида (I.16) или (I.18)) и уравнением Пуассона для возмущенного гравитационного потенциала. Эти уравнения являются уравнениями с переменными коэффициентами не в силу криволинейной геометрии, а из-за пространственной неоднородности и дифференциальности вращения звездного диска.

В особых случаях, для некоторых видов спиральных возмущений можно получить алгебраическую систему однородных уравнений для амплитуд возмущения функции фазовой плотности f и гравитационного потенциала ψ. Это можно сделать для спиральных возмущений с тугой закруткой, фаза которых имеет простой вид – $\exp[i(m\varphi + k_r r - \omega t)]$, а амплитуда медленно меняется вдоль радиуса диска. Здесь m – число спиральных рукавов, k_r – радиальное волновое число, $\omega = m\Omega_p$, Ω_p – угловая скорость возмущения. Тугая закрутка означает, что $m/(k_r \cdot r) = k_\varphi / k_r$ – малая величина, которая с точностью до знака совпадает с тангенсом угла закрутки δ. Тогда условие существования нетривиального решения для амплитуд f_m и ψ_m спиральных возмущений функции фазовой плотности и гравитационного потенциала дает дисперсионное соотношение, то есть связь ω с k_r и m. Дисперсионное соотношение определяет пространственно-временные масштабы волнового процесса. При этом возможны два взгляда на дисперсионное соотношение: либо как на соотношение, определяющее $k(\omega)$, или как на соотношение, определяющее $\omega(k)$ [78,79]. Первый подход эквивалентен граничной задаче. Он широко использован в теории волновой спиральной структуры галактик, начиная с ранних работ Лина и Шу [15,16], и применяется также в настоящее время [41]. Автор диссертации всегда придерживался второго взгляда [32,33,59], то есть считал, что теория волновой спиральной структуры должна строиться как задача о собственных колебаниях заданной (в общем случае определяемой) пространственной формы.

Дисперсионное соотношение для осесимметрических колебаний тонкого вращающегося звездного диска в гидродинамическом приближении было получено Тоомре [5]:

$$\nu^2 = 1 - |k'| + \frac{1}{4} Q^2 k'^2, \tag{I.21}$$

где $\nu = \dfrac{\omega - m\Omega}{\varkappa}$, $k' = k_r / k_T$, $k_T = \varkappa^2 / (2\pi G \sigma)$, $\sigma = \sigma(r)$ – поверхностная плотность диска, $Q = C_r / C_T$, C_r – радиальная дисперсия пекулярных скоростей звезд диска, $C_T = (\pi G \sigma)/\varkappa$ – характерная дисперсия, введенная Тоомре.

Лин и Шу [16,17] обобщили соотношение (I.21), рассмотрев колебания в фазовом пространстве, то есть использовав метод кинетического уравнения:

$$\nu^2 = 1 - |k'| \, \mathcal{F}_\nu(x), \tag{I.22}$$

где

$$\mathcal{F}_\nu(x) = \frac{1-\nu^2}{x} \left[1 - \frac{\nu\pi}{\sin \nu\pi} G_\nu(x) \right],$$

$$G_\nu(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-x(1+\cos s)} \cdot \cos \nu s \, ds,$$

$$x = \frac{k_r^2 C_r^2}{\varkappa^2}.$$

Можно показать, что квадратная скобка в выражении для $\mathcal{F}_\nu(x)$ равна $2e^{-x} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2 I_n(x)}{n^2 - \nu^2}$, где I_n – функция Бесселя мнимого аргумента.

Из дисперсионных соотношений (I.2I) и (I.22) получается известный критерий устойчивости Тоомре (по параметру Q) для осесимметрических возмущений. Однако оказалось, что он недостаточен для обеспечения устойчивости системы по отношению к неосесимметрическим возмущениям.

Впервые дисперсионные соотношения для неосесимметрических возмущений получены независимо в работе Линден-Белла и Калнайса [24] и, в частной форме, в работах автора [32,33]. Дисперсионное соотношение для случая умеренной закрутки спиральных возмущений имеет вид [24]:

$$2\pi G\sigma\left(\varkappa^2 r_{cor}\right)^{-1}\left|k_0\cdot r_{cor}\right|_x^{-1}$$

$$e^{-k^2 r_{cor}^2}\cdot\sum_1^\infty 2 I_n\left(k^2 r_{cor}^2\right)\left[1-\frac{\nu^2}{n^2}\right]^{-1}=1 \qquad \text{(I.23)}$$

где $r_{cor}=C_r/\varkappa$ - средний размер эпицикла, $k_0=\sqrt{k_r^2+\frac{m^2}{r^2}}$, $k=\sqrt{k_r^2+\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2\cdot\frac{m^2}{r^2}}$.

Однако в дисперсионном соотношении (I.23) не учтены неизотропность распределения остаточных скоростей из-за дифференциальности вращения, а также дрейфовые эффекты. Обобщенное локальное дисперсионное соотношение для спиральных волн плотности в тонком звездном диске будет получено в § 3.I.

§ I.5. Нелокальный подход в теории волн плотности в звездных дисках

Частоты, находимые из дисперсионных уравнений (I.21-I.23) или их обобщенных аналогов, зависят от пространственных координат. Поэтому в пространственно-неоднородных системах дисперсионные соотношения локального вида дают только качественно верное описание для возмущений даже малых масштабов. Нужно отметить, что использование локальных частотных спектров для анализа устойчивости - принятая практика в физике плазмы (см., напр., [79]).

Из-за неаддитивности гравитирующих систем их локальная и глобальная устойчивость могут существенно различаться физически. Наглядный пример тому показал численный эксперимент Острайкера-Пиблза [80], в котором диск, локально устойчивый по Тоомре, оказался подверженным бар-неустойчивости.

Чтобы предотвратить развитие бар-неустойчивости, необходим довольно высокий уровень хаотических движений. Действительно, баланс энергий в квазистационарном, устойчивом диске определяется теоремой вириала: $2T + U = 0$, где T - кинетическая энергия, равная сумме энергии кругового вращения T_r и энергии некруговых (хаотических) движений T_h, U - потенциальная энергия диска. Из нее следует, что $T_r/|U| + T_h/|U| = \frac{1}{2}$. Если учесть, что $|U| = 2T$, то имеем также $T_r/T + T_h/T = 1$. В работе [80] показано, что бар-неустойчивость не возникает, если $T_r/|U| = t \leq 0{,}14$ $(T_r/T = 2t)$. Следовательно, в изолированном диске для его устойчивости необходимо, чтобы энергия хаотических движений в два с лишним раза превосходила энергию кругового вращения. Это свидетельствует в пользу представления о выносе углового момента из центральных областей диска, как способе перехода к устойчивому состоянию (см. § I.3).

Явный учет неосесимметричности спиральных волн плотности, которому посвящена настоящая диссертация, является попыткой преодолеть брешь между локальным и глобальным критерием. Полностью ее закрыть конечно нельзя, оставаясь в рамках локального описания. Поэтому в главе 4 автором рассмотрена также и нелокальная задача, чтобы проверить порядки величин частот и инкрементов, определяемых из локальных оценок.

В рамках нелокального подхода, использованного нами, задача о спиральных волнах плотности в звездном диске сводится к аналогу однородного интегрального уравнения типа Фредгольма 2-го рода. Тогда устойчивость их может быть исследована с помощью определителя Фредгольма этого уравнения.

§ I.6. Выводы

I. Методом усреднения Боголюбова-Зубарева найдены орбиты звезд в анизотропных звездных дисках с точностью до слагаемых второго порядка по степеням эпициклов (степеням эксцентриситета) включительно. Показано наличие в орбитах дрейфовых слагаемых.

2. Показано, что кинетическое уравнение для функции фазовой плотности имеет различный вид для случаев изотропного и анизотропного распределения остаточных скоростей.

3. Рассмотрены основные виды гравитационной неустойчивости звездных дисков. Оценена энергия, которая может содержаться в спиральных волнах плотности, возбуждаемых при каждом из этих видов неустойчивости. Эта энергия оказывается порядка энергии некруговых (хаотических) движений звезд и достаточна для поддержания фундаментальной нормальной спиральной структуры в галактиках при условии, что их глобальная устойчивость обеспечивается наличием балдж-гало компоненты.

4. Отмечено, что в локальных дисперсионных соотношениях для спиральных волн плотности в тонких звездных дисках необходимо учитывать неизотропность распределения остаточных скоростей звезд из-за дифференциальности вращения и дрейфовые эффекты.

На основе этих результатов ниже построена локальная теория устойчивости звездного диска по отношению к спиральным возмущениям, учитывающая эффекты конечного угла закрутки, анизотропию распределения остаточных скоростей звезд, эффекты второго порядка в их орбитах. Из найденного обобщенного критерия устойчивости в смысле Тоомре вытекает возможность достаточно эффективной генерации спиральных мод гравитационно-звуковой (джинсовской), дрейфовой (гидродинамического типа) и сдвиговой природы, суперпозиция которых может приводить к наблюдаемой спиральной структуре.

Глава 2

НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ СПИРАЛЬНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В ЗВЕЗДНЫХ ДИСКАХ

§ 2.1. Порядки величин членов кинетического уравнения

1. Кинетические уравнения (I.15) и (I.17) предполагают существование малого параметра, равного отношению скорости хаотических движений к круговой. Только при этом условии можно выделить круговую скорость. Этот параметр практически совпадает с эпициклическим параметром $c_r/\varkappa r$, равным отношению размеров эпицикла (кориолисова кружка) и круговой соотносительной орбиты. Поэтому второй, третий, восьмой и десятый члены уравнения (I.15) и второй, третий, седьмой, десятый и последний – уравнения (I.17) порядка этого параметра.

Различие порядков слагаемых позволяет искать решение этих уравнений разложением в ряд по этому параметру.

В стационарном случае, в низшем порядке разложения получается шварцшильдовский закон распределения остаточных скоростей v_r, v_φ [52,53] (соответственно изотропный закон для v_r, v_φ').

Характеристиками этих кинетических уравнений являются орбиты звезд, которые также находятся разложением уравнений движения по степеням эпициклов, как это сделано в § I.I.

2. Порядок слагаемых сохраняется и в линеаризованных кинетических уравнениях (I.15) и (I.17) и определяет структуру получаемых решений. Эти решения содержат параметр ($k r_{cor}$), где k – волновое число, r_{cor} – размер эпицикла (кориолисов кружок). Малые значения этого параметра соответствуют гидродинамическому пределу

спиральных возмущений.

3. Нормальные спиральные галактики заметно различаются по геометрии и степени выраженности своих ветвей. В рамках волновой теории спиральной структуры это различие следует искать в разнообразии волновых механизмов спиралеобразования, действующих в галактиках разных типов.

Допустим, что галактики избирательны по своим волновым свойствам. В зависимости от строения системы и характера движения звезд в ней реакция галактики будет разной на волновое поле с той или другой геометрией. Поэтому динамическое своеобразие спиральных волн плотности оказывается тесно связанным с геометрией их узора. Волны одной геометрии могут эффективно возбуждаться, другой – нет. И каждой геометрии соответствует специфический механизм возбуждения.

Математически это должно выражаться в преимущественной роли некоторых конвективных и динамических членов кинетического уравнения, описывающего спиральные волны плотности, в зависимости от угла закрутки δ спирального узора. Тангенс этого угла ($tg\,\delta$) – параметр, который неявно входит в кинетическое уравнение для функции фазовой плотности.

3.1. Угол закрутки спиральных мод. Введем угол закрутки для спирального узора в бесконечно тонкой дисковой галактике или для его проекции на плоскость, перпендикулярную оси вращения в осесимметричной галактике конечной толщины.

В полярных координатах (r, φ) спиральный узор описывается уравнением

$$\int k_r\,dr - m\varphi = const,$$

где k_r и m/r - радиальное и азимутальное волновые числа элементарной спиральной моды.

В указанной плоскости введем угол μ между положительными направлениями радиуса-вектора, выведенного в некоторую точку узора с координатами (r , φ), и касательной к кривой в той же точке. Как известно из дифференциальной геометрии

$$tg\,\mu = \frac{r}{\frac{dr}{d\varphi}}.$$

Угол закрутки δ измеряется отклонением угла μ от прямого, то есть $\delta = 90° - \mu$, и его тангенс равен для выписанного уравнения спирального узора

$$tg\,\delta = \frac{\frac{dr}{d\varphi}}{r} = \frac{m}{k_r \cdot r}.$$

3.2. <u>Относительная роль компонент силы, создаваемой полем волны, при разной геометрии спирального узора.</u> Введенный выше угол δ определяет также соотношение между компонентами силы, создаваемой гравитационным полем волны.

Действительно, радиальная компонента силы $F_r = \frac{\partial\Psi}{\partial r}$, а азимутальная $F_\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}$, где Ψ - гравитационный потенциал спиральной моды, меняющийся как $\exp\{i(\int k_r dr - m\varphi)\}$. Отношение $F_\varphi / F_r = tg\,\delta$.

Видно, что в зависимости от величины угла наклона одна из компонент силы может играть преимущественную роль, или обе могут быть сравнимы. Именно в разной роли компонент силы при разных углах наклона и заключается динамическая специфика спиральных волн.

3.3. Геометрия спирального узора и соотношение членов в кинетическом уравнении. Не менее важно, что в зависимости от угла наклона будет различной не только роль динамических членов в кинетическом уравнении, в соответствии со сказанным в предыдущем пункте, но и роль конвективных (трансляционных) членов. Соотношение же последних между собой важно для всякого рода резонансных эффектов, ответственных за развитие неустойчивостей. Выясним соотношение конвективных членов.

Отношение третьего члена в кинетическом уравнении (I.15) $\left(\frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right)$, ответственного за азимутальные колебания и дрейф в осесимметричной системе, ко второму $\left(v_r \cdot \frac{\partial f}{\partial r}\right)$ для спиральной волны плотности, когда $f \sim exp\{i(\int k_r dr - m\varphi)\}$ оказывается порядка $tg\delta$.

Отсюда сразу следует, что при малых углах закрутки можно пренебречь дрейфовыми эффектами, исключая некоторые особые области диска. Так это и делается в теории тугозакрученных спиралей. Для этих последних главную роль играют радиальные колебания при эпициклическом движении звезд плоской подсистемы (второй член в кинетическом уравнении (I.15)). Для таких радиальных колебаний может быть существенно взаимодействие со звездами сферической подсистемы, орбиты которых сильно вытянуты в радиальном направлении. Соответственно, для тугозакрученных спиралей преимущественную роль играет радиальная компонента силы, создаваемой гравитационным полем волны.

При больших углах закрутки преимущественную роль из названных двух конвективных членов кинетического уравнения играет третий. Соответственно, преимущественную роль играет и азимутальная компонента силы, а не радиальная. В этом случае определяющую роль играет взаимодействие между азимутальной компонентой и дрейфовым движением звезд и их азимутальными осцилляциями. Видим, что на существование специфической дрейфовой неустойчивости спиральных волн плотности, исследованной в работах автора, с очевидностью указывают простые порядковые оценки.

Важно также учитывать гравитационный дрейф в поле волны - весовые слагаемые в уравнениях орбит (I.11) и (I.12), связанные с влиянием гравитационного поля. Например, радиальный дрейф определяет перераспределение углового момента в поле волны, а, следовательно, и ее неустойчивость, а также процессы переноса, как ясно из последующих глав.

Таким образом, в основе формирования спиралей различной геометрии должны лежать различающиеся динамические механизмы. В частности, рассмотрение спиральных волн с конечным или большим углом закрутки требует учета эффектов дрейфого движения звезд в указанном широком смысле. Рассмотрение динамики спиралей дополняется, тем самым, довольно существенной деталью. Относительно слабые дрейфовые эффекты могут изменить картину волновых явлений, полученную при пренебрежении ими.

§2.2. Учет азимутальных членов. Проведем в рамках линейной теории волн плотности учет эффектов конечного угла закрутки. Рассмотрим дифференциально вращающийся, пространственно неоднородный звездный диск с возбужденными в нем малыми неосимметричными колебаниями.

Функцию распределения и потенциал рассматриваемой системы можно разложить в ряд Фурье по φ :

$$f = f_0 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} f'_m = f_0 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m e^{im\varphi},$$

$$\Psi = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \psi'_m = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \psi_m e^{im\varphi}. \qquad (2.1)$$

Подставляя соотношения (2.I) в уравнение (I.I6) и линеаризуя последнее относительно f'_m, получим уравнение для расчета колебаний фазовой плотности и уравнение, определяющее характер фонового распределения в квазиизотропном, осесимметричном звездном диске [32]:

$$\frac{\partial f'_m}{\partial t} + v_\perp \cos\alpha \cdot \frac{\partial f'_m}{\partial r} + \left(\frac{v_\perp \sin\alpha}{r} + \Omega\right)\cdot\frac{\partial f'_m}{\partial \varphi} -$$

$$\frac{1}{2} r \frac{d\Omega}{dr} v_\perp \sin 2\alpha \cdot \frac{\partial f'_m}{\partial v_\perp} - \left(\frac{v_\perp \sin\alpha}{r} + \frac{1}{2} r \frac{d\Omega}{dr}\cos 2\alpha\right)\times$$

$$\frac{\partial f'_m}{\partial \alpha} - \left(2\Omega + \frac{1}{2} r \frac{d\Omega}{dr}\right)\cdot\frac{\partial f'_m}{\partial \alpha} + \left(\frac{\partial \psi'_m}{\partial r}\cos\alpha + \frac{\sin\alpha}{r}\frac{\partial \psi'_m}{\partial \varphi}\right)\times$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} + \left(-\frac{\sin\alpha}{v_\perp}\cdot\frac{\partial \psi'_m}{\partial r} + \frac{\cos\alpha}{v_\perp \cdot r}\frac{\partial \psi'_m}{\partial \varphi}\right)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial \alpha} = 0. \qquad (2.2)$$

$$v_\perp \cos\alpha \cdot \frac{\partial f_0}{\partial r} - \frac{1}{2} r \frac{d\Omega}{dr} v_\perp \sin 2\alpha \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} - \left(\frac{v_\perp \sin\alpha}{r} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} r \frac{d\Omega}{dr}\cos 2\alpha\right)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial \alpha} - \left(2\Omega + \frac{1}{2} r \frac{d\Omega}{dr}\right)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial \alpha} = 0 \qquad (2.3)$$

Напомним, что в разложениях (2.I) ψ - редуцированный гравитационный потенциал (см.§ I.I).

Фоновую функцию распределения f_0 можно представить в виде

$$f_0 = f_0' + \frac{v_\perp}{\varkappa_1} \sin\alpha \frac{\partial f_0'}{\partial r} + \dots \qquad (2.4)$$

Второй член (2.4) (и последующие) описывает угловую асимметрию звездных движений. f_0' - изотропная, не зависящая от α функция при соответствующем выборе $v_\perp$. Такое представление для f_0 вытекает из решения для невозмущенных звездных орбит. Согласно (I.7), (I.II) и (I.I3) в первом приближении сохраняются $\left(r + \frac{v_\perp}{\varkappa_1} \sin\alpha\right)$ и $v_\perp$.

Из этого обстоятельства следуют и общее представление $f_0 = f_0\left(r + \frac{v_\perp}{\varkappa_1} \sin\alpha, v_\perp\right)$, и разложение (2.4). (2.4) может быть получено и непосредственно из кинетического уравнения разложением по параметру неоднородности [32]. В этом проявляется взаимосвязь угловой асимметрии фазового распределения с пространственной неоднородностью. Вспомним, что $\varkappa_1 = 2\Omega + \frac{1}{2} r \frac{d\Omega}{dr} \approx \varkappa$.

Перейдя к лагранжевым переменным звезд, имеем для возмущения функции фазовой плотности

$$f_m' = -\int_{-\infty}^{0} \left\{ \left(\cos\alpha \frac{\partial \psi_m'}{\partial r} + \frac{\sin\alpha}{r} \frac{\partial \psi_m'}{\partial \varphi} \right) \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} + \right.$$

$$\left. + \left(-\frac{\sin\alpha}{v_\perp} \cdot \frac{\partial \psi_m'}{\partial r} + \frac{\cos\alpha}{v_\perp r} \cdot \frac{\partial \psi_m'}{\partial \varphi} \right) \frac{\partial f_0}{\partial \alpha} \right\} dt' \qquad (2.5)$$

Переменные $r, \varphi, v_\perp, \alpha$ под знаком интеграла следует считать функциями времени согласно соотношениям (I.II-I.I4), то есть функциями переменной t' и лагранжевых координат, отнесенных к моменту времени $t = 0$

Интеграл (2.5) может быть вычислен для произвольного вида f_0 как некоторой функции приведенных выше интегралов движения [40].

В самом деле, обозначая $r + \frac{v_1 \sin\alpha}{x_1} = C$

можно записать для $f_0 = f_0(C, v_1)$

$$\frac{\partial f_0}{\partial v_1} = \frac{\partial f_0}{\partial v_1} + \frac{\partial f_0}{\partial C}\cdot\frac{\partial C}{\partial v_1} = \frac{\partial f_0}{\partial v_1} + \frac{\sin\alpha}{x_1}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial C},$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial \alpha} = \frac{\partial f_0}{\partial C}\cdot\frac{\partial C}{\partial \alpha} = \frac{v_1\cos\alpha}{x_1}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial C}.$$

Подставляя эти соотношения в подинтегральное выражение для возмущения фазовой плотности, умножая и деля первые два слагаемые на v_1, прибавив и вычтя во втором слагаемом Ω к $(v_1 \sin\alpha)/r$, получим

$$f_m' = -\int_{-\infty}^{0}\Big\{\Big[v_1\cos\alpha\cdot\frac{\partial \psi_m'}{\partial r} + (v_1\sin\alpha + r\Omega)\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\psi_m'}{\partial\varphi} -$$

$$-\Omega\cdot\frac{\partial\psi_m'}{\partial\varphi}\Big]\cdot\frac{1}{v_1}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1} + \frac{1}{x_1\cdot r}\frac{\partial\psi_m'}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial C}\Big\}dt' =$$

$$-\int_{-\infty}^{0}\Big\{\Big[\Big(\vec{v}\cdot\frac{\partial\psi_m'}{\partial\vec{r}}\Big) - \Omega\cdot\frac{\partial\psi_m'}{\partial\varphi}\Big]\cdot\frac{1}{v_1}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1} + \frac{1}{x_1\cdot r}\frac{\partial\psi_m'}{\partial\varphi}\times$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial C}\Big\}dt' = -\int_{-\infty}^{0}\Big\{\Big(\frac{d\psi_m'}{dt} - \frac{\partial\psi_m'}{\partial t'}\Big)\cdot 2\frac{\partial f_0}{\partial v_1^2} - 2\Omega\cdot\frac{\partial\psi_m'}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1^2} +$$

$$+\frac{1}{\varkappa_1 r}\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial C}\Big\}dt' = -2\psi'_m\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1^2} -$$

$$-\Big\{2i(\omega - m\Omega)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1^2} + \frac{im}{\varkappa_1 r}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial C}\Big\}\cdot\int_{-\infty}^{0}\psi'_m dt' \qquad (2.5')$$

для $\psi'_m \sim e^{i(m\varphi - \omega t)}$. В формуле (2.5') азимутальные силы учитывается посредством полной амплитуды потенциала ψ_m и последнего слагаемого, учитывающего изменение углового момента звезд в поле волны из-за пространственной неоднородности.

При заметной дифференциальности вращения возмущение функции фазовой плотности подсчитывается с помощью кинетического уравнения в форме (1.18). Аналогично проделанному выше получим, что

$$f'_m = -\int_{-\infty}^{0}\Big\{\Big(\cos\alpha\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial r} + \frac{2\Omega}{\varkappa}\frac{\sin\alpha}{r}\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\Big)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1} +$$

$$+\Big(-\frac{\sin\alpha}{v_1}\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial r} + \frac{2\Omega}{\varkappa}\cdot\frac{\cos\alpha}{r\cdot v_1}\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\Big)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial\alpha}\Big\}dt' \qquad (2.6)$$

Подставим производные f_0, выраженные через производные по v_1 и C.

$$f'_m = -\int_{-\infty}^{0}\Big\{\Big(\cos\alpha\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial r} + \frac{2\Omega}{\varkappa}\frac{\sin\alpha}{r}\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\Big)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1} +$$

$$+\frac{2\Omega}{\varkappa^2}\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial C}\Big\}dt'.$$

Умножим и разделим первое слагаемое в формуле для f'_m на v_1. Второе слагаемое умножаем и делим на $\frac{\varkappa}{2\Omega}v_1$, а также прибавим к нему и вычтем из него $\Big(\frac{\varkappa}{2\Omega}v_1\sin\alpha\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\cdot\frac{1}{v_1}\frac{\partial f}{\partial v_1}\Big)$.

Тогда с помощью еще одного тождественного преобразования получим:

$$f'_m = -\int_{-\infty}^{0}\Big\{\Big(v_1\cos\alpha\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial r}+\frac{\varkappa}{2\Omega}v_1\sin\alpha\,\frac{1}{r}\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}+\Big[\Big(\frac{2\Omega}{\varkappa}\Big)^2-$$

$$-1\Big]\frac{\varkappa}{2\Omega}v_1\sin\alpha\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\Big)\cdot\frac{1}{v_1}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1}+\frac{2\Omega}{\varkappa^2}\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial C}\Big\}dt'=$$

$$=-\int_{-\infty}^{0}\Big\{\Big(v_1\cos\alpha\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial r}+\Big[\frac{\varkappa}{2\Omega}v_1\sin\alpha+r\Omega\Big]\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\Big)\times$$

$$\times\frac{1}{v_1}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1}-\Omega\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\cdot\frac{1}{v_1}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1}+\Big[\Big(\frac{2\Omega}{\varkappa}\Big)^2-1\Big]\times$$

$$\times\frac{\varkappa}{2\Omega}v_1\sin\alpha\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\cdot\frac{1}{v_1}\frac{\partial f_0}{\partial v_1}+\frac{2\Omega}{\varkappa^2}\,\frac{1}{r}\frac{\partial\psi'_m}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial C}\Big\}dt'=$$

$$=-2\psi'_m\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1^2}-\Big\{2i(\omega-m\Omega)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1^2}+\frac{i\,2\Omega m}{\varkappa^2 r}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial C}\Big\}\int_{-\infty}^{0}\psi'_m dt'-$$

$$-\frac{im\Big[\Big(\frac{2\Omega}{\varkappa}\Big)^2-1\Big]\varkappa}{2\Omega\, r}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_1}\cdot\int_{-\infty}^{0}\sin\alpha\cdot\psi'_m dt' \qquad (2.6')$$

для $\psi'_m\sim e^{i(m\varphi-\omega t)}$. Видно, что в неизотропном случае изменяется коэффициент в третьем слагаемом, а также имеется дополнительное (последнее) слагаемое, с которым, как показано ниже, связано относительное стабилизирующее влияние анизотропности распределения остаточных скоростей.

§ 2.3. Выводы

1. Используемые кинетические уравнения для функции фазовой плотности предполагают существование малого параметра, совпадающего с эпициклическим параметром.

2. Порядок слагаемых сохраняется и в линеаризованных кинетических уравнениях для возмущения функции фазовой плотности.

3. Динамическое своеобразие спиральных волн плотности тесно связано с геометрией их узора. Математически это выражается в необходимости учета дополнительных конвективных и динамических членов кинетического уравнения в зависимости от величины угла закрутки спирального узора.

4. Рассмотрение спиральных волн плотности с конечным или большим углом закрутки требует учета эффектов дрейфового движения звезд.

5. Рассмотрение спиральных волн плотности требует обязательного учета действия азимутальных сил их гравитационного поля.

Глава 3

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СПИРАЛЬНЫХ ВОЛН ПЛОТНОСТИ (ЛОКАЛЬНЫЙ ПОДХОД)

§ 3.1. Обобщенное локальное дисперсионное соотношение для спиральных волн плотности

Выведем локальное дисперсионное соотношение для простого типа спиральных возмущений, описанного в § I.4. Вообще говоря, такого типа возмущения можно считать подобными истинным спиральным модам, являющимися решением строгой задачи на собственные функции, лишь в нулевом приближении. Это связано с неоднородностью и дифференциальным характером вращения звездного диска.

Обобщение, в сравнении, например, с (I.23) или работами [43, 51], заключается в последовательном учете в орбитах звезд поправок второго порядка (см. (I.7)-(I.10)) - дрейфа из-за дифференциальности вращения и осцилляций с удвоенной эпициклической частотой, а также анизотропии в распределении остаточных скоростей (см. (2.6′)). Последовательный учет эффектов второго порядка необходим также и с точки зрения правильного учета конечности угла закрутки [33].

Представим амплитуду радиальных осцилляций с удвоенной эпициклической частотой $\delta r^{(2)}$ в (I.7) в виде $a_3 \cdot \frac{v_r^2}{\varkappa^2 r}$, а амплитуду таких же азимутальных осцилляций в (I.8) как $a_4\left(\frac{\Omega}{\varkappa}\right) \cdot \frac{v_r^2}{\varkappa^2 r^2}$. a_3, a_4 - довольно громоздкие функции радиальной координаты, но их численное значение заключено в пределах $1/4 \le a_3 \le \frac{1}{2}$, $1 \le a_4 \le 5/4$. Левые пределы соответствуют случаю твердотельного вращения, правые - кеплеровского.

Такое выделение удобно для вычисления временных интегралов в формуле (2.6′). Кроме того пренебрежем поправкой к эпициклической частоте $\varkappa_1$ в формуле (1.10) и неосциллирующей добавкой второго порядка для радиальной координаты $\delta r^{(2)}$ в (1.7), которые лишь слабо влияют на ситуацию в области линдбладовских резонансов.

Вычисляя с помощью орбит (1.7-1.10) интегралы в (2.6′) получаем формулу для амплитуды возмущения функции распределения

$$f_m = -2\psi_m \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} - \left\{ 2(\omega - m\Omega)\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \frac{k\sin\beta}{\varkappa}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial r} \right\} \times$$

$$\times \psi_m J_0^2(\xi_1)\cdot J_0^2(\xi_2)\cdot\sum_{s,l}\frac{J_s(\xi_3)\cdot J_l(\xi_3)\, e^{-i(l-s)(\alpha_0-\beta)}}{m\Omega - \omega + \frac{k\sin\beta}{2\Omega}v_\perp^2 b + l\varkappa} +$$

$$+ \frac{im\varkappa\left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right]}{4\Omega r}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp}\psi_m J_0^2(\xi_1)\cdot J_0^2(\xi_2)\times$$

$$\times \left\{ e^{i\beta}\sum_{s,l}\frac{J_s(\xi_3)\cdot J_l(\xi_3)\, e^{-i(l-1-s)(\alpha_0-\beta)}}{m\Omega - \omega + \frac{k\sin\beta}{2\Omega}v_\perp^2 b + (l-1)\varkappa} - \right.$$

$$\left. - e^{-i\beta}\sum_{s,l}\frac{J_s(\xi_3)\, J_l(\xi_3)\, e^{-i(l+1-s)(\alpha_0-\beta)}}{m\Omega - \omega + \frac{k\sin\beta}{2\Omega}v_\perp^2 b + (l+1)\varkappa} \right\} \qquad (3.1)$$

(3.1)

$$k = \sqrt{k_z^2 + \left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 k_\varphi^2},$$

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\cdot\frac{k_\varphi}{k_z}\right),$$

$k_\varphi = \frac{m}{r}$ – азимутальное волновое число,

$J_0(\xi_1)$, $J_0(\xi_2)$, $J(\xi_3)$ – функции Бесселя I-го рода,

$$\xi_1 = \frac{v_\perp^2 \cdot a_4 k \sin\beta}{2\varkappa^2 r},$$

$$\xi_2 = \frac{v_\perp^2 a_3}{\varkappa^2 r} \cdot k\cos\beta,$$

$$\xi_3 = k\,\frac{v_\perp}{\varkappa}.$$

Выражение (3.I) отличается от формул в работах [43,61] наличием множителей $J_0^2(\xi_1)$, $J_0^2(\xi_2)$ и слагаемого $\left(\frac{k\sin\beta}{2\Omega} v_\perp^2 b\right)$ в знаменателе двойных сумм, а также последних двух слагаемых, учитывающих анизотропию фонового распределения. Используя известное асимптотическое решение уравнения Пуассона при тугой закрутке возмущений гравитационного потенциала [15,36], находим обобщенное дисперсионное соотношение с учетом конечности угла закрутки [40]

$$k = -4\pi^2 G M_s \cdot \frac{\varkappa}{2\Omega} \int_0^\infty \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \left[(\omega - m\Omega) \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{k\sin\beta}{2\varkappa} \frac{\partial f_0}{\partial r} \right] J_0^2(\xi_1) \cdot J_0^2(\xi_2) \cdot \sum_s \frac{J_s^2(\xi_3)}{m\Omega - \omega + \frac{k\sin\beta}{2\Omega} v_\perp^2 b + s\varkappa} +$$

$$+ \frac{\left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right]\varkappa^3}{4\Omega^2} \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} \cdot J_0^2(\xi_1) \cdot J_0^2(\xi_2) \cdot \sin^2\beta \times$$

$$\times \sum_s \frac{s\, J_s^2(\xi_s)}{m\Omega-\omega+\frac{k\sin\beta}{2\Omega}v_\perp^2 b+s\varkappa}\Big\} dv_\perp^2 \qquad (3.2)$$

$k^*=\sqrt{k_r^2+k_\varphi^2}$, M_s - масса звезды. Остальные обозначения прежние. (3.2) записано с учетом условия нормировки: $\frac{\varkappa}{2\Omega}\int f v_\perp dv_\perp d\alpha=\frac{\sigma}{M_s}=n$ - концентрации звезд. Здесь $v_\perp$ - величина, определенная в § I.I и I.2 для неизотропного диска.

Дисперсионное соотношение типа (3.2) опубликовано автором диссертации для случая изотропного звездного цилиндра и предельного случая слабой закрученности спиральных возмущений звездной плотности в 1974 году. В работе [32] оно выведено для максвелловской функции распределения остаточных скоростей, а для общего случая произвольного изотропного распределения - в работе [82].

Частный вид обобщенного дисперсионного соотношения (3.2), в котором не учитывались пространственная неоднородность поверхностной плотности, дрейфа звезд из-за дифференциальности вращения и последнее слагаемое, использованы в работе [50] для исследования влияния осцилляций с удвоенной эпициклической частотой на устойчивость звездных дисков. Дисперсионное соотношение работы [50] было обобщением соотношения (I.23) на случай учета части постэпициклических поправок в орбитах звезд.

Дисперсионное соотношение (3.2) громоздко. Поэтому при анализе дрейфовых неустойчивостей пренебрежем шварцшильдовостью фонового распределения, осцилляциями с удвоенной эпициклической частотой, то есть воспользуемся орбитами в форме (I.II-I.I4), в которых пренебрежем отличиями a_2 и $\varkappa_1$ от

a и $\varkappa$ и выражением для f'_m вида (2.5'). В этом (квазиизотропном) случае дисперсионное соотношение упростится и примет вид:

$$k^* = -4\pi^2 G M_S \cdot \int\limits_0^\infty \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \left[(\omega - m\Omega) \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \frac{k \sin\beta}{4\Omega} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial r} \right] \cdot \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{J_s^2(\xi)}{m\Omega - \omega + \frac{k \sin\beta}{2\Omega} b v_\perp^2 + s\varkappa} \right\} dv_\perp^2 \quad (3.3)$$

здесь $v_\perp$ имеет обычный смысл модуля остаточной скорости, как и в уравнении (1.16) и соотношении (2.5'), $\xi = \xi_3$, $b = \frac{1}{2}\frac{d \ln \varkappa}{dr}$, коэффициент при $\frac{\partial f_0}{\partial r}$ отличается от аналогичного в (3.2). Соотношение (3.3) является аналогом дисперсионного соотношения, использованного автором в работах [32, 33, 70, 82 и других], на случай конечной закрученности спирального узора и плоской геометрии. Для максвелловской фоновой функции распределения f_0 оно переходит при пренебрежении пространственным градиентом поверхностной плотности и дрейфом звезд из-за дифференциального вращения в соотношение (1.22) при $k_\varphi = 0$ и (1.23) при $k_\varphi \neq 0$.

Дисперсионному уравнению (3.3) можно придать иной вид, заменяя коэффициент "1" в первом слагаемом в фигурных скобках через $\sum\limits_{s=-\infty} J_s^2(\xi)$ и приводя все к одному знаменателю [32]:

$$k^* = -4\pi^2 G M_S \cdot \int\limits_0^\infty dv_\perp^2 \cdot \sum_s \left\{ \frac{\left(s\varkappa + \frac{k \sin\beta}{2\Omega} b v_\perp^2\right) \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \frac{k \sin\beta}{4\Omega} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial r}}{m\Omega - \omega + \frac{k \sin\beta}{2\Omega} b v_\perp^2 + s\varkappa} \times J_s^2(\xi) \right\} \quad (3.3')$$

При выводе соотношений (3.2) и (3.3) пренебрегалось конечностью размеров эпициклов, т.е. в разложении (2.4) учитывался лишь первый член. Учет конечности размеров эпициклов выполнен в § 3.4.

§ 3.2. Дрейфовые эффекты в движениях звезд и связанные с ними неустойчивости волн плотности.

Из-за дифференциальности вращения в дисперсионном соотношении (3.3') появляются специфические резонансные знаменатели, обязанные дрейфовым движениям звезд. С ними, как известно из физики плазмы, связываются так называемые кинетические неустойчивости. Эти специфические неустойчивости и есть то, что вносят дифференциальные эффекты в пекулярных движениях звезд в динамику дифференциально вращающихся галактик.

Процедура исследования стандартна. (3.3') – дисперсионное соотношение типа:

$$\mathcal{D}(\omega_r - m\Omega + i\omega_i) = 0,$$

ω_r, ω_i – соответственно, действительная и мнимая части частоты ω. Предполагая неустойчивость слабой, считаем ω_i малой по сравнению с реальной величиной $(\omega_r - m\Omega)$. Тогда

$$\mathcal{D}(\omega_r - m\Omega + i0) + \frac{\partial \mathcal{D}(\omega_r - m\Omega + i0)}{\partial(\omega_r - m\Omega)} i\omega_i + \ldots = 0,$$

$$\mathcal{D}(\omega_r - m\Omega + i0) = \mathcal{D}_r(\omega_r - m\Omega + i0) + i\mathcal{D}_i(\omega_r - m\Omega + i0).$$

Имеем, следовательно, следующие соотношения для определения ω_r и ω_i:

$$\mathcal{D}_r\,(\omega_r - m\Omega + i0) = 0, \qquad (3.4)$$

$$\omega_i = -\frac{\mathcal{D}_i\,(\omega_r - m\Omega + i0)}{\dfrac{\partial \mathcal{D}_r\,(\omega_r - m\Omega + i0)}{\partial\,(\omega_r - m\Omega)}} \qquad (3.5)$$

Из соотношения (3.3) при $S = 0$ следует, аналогично [33,70], существование специфических волн, связанных с неоднородностью концентрации и дифференциальностью вращения. Собственно только эти низкочастотные ($S = 0$) волны и следовало бы называть дрейфовыми. Механизм их возбуждения - эффект Черенкова при дрейфовых движениях звезд $\left(\omega_r - m\Omega \approx \dfrac{m b v_\perp^2}{\varkappa r} = k_\varphi \cdot v_{gp}\right.$, $\left. k_\varphi = \dfrac{m}{r},\ v_{gp} = b\cdot\dfrac{v_\perp^2}{\varkappa}\right)$. У них реальная часть частоты и мнимая оказываются пропорциональными градиентам концентрации и угловой скорости. Дрейфовая ветвь колебаний была найдена и в работе [63] для гравитирующего цилиндра. Но из-за пренебрежения азимутальным (из-за дифференциальности вращения) дрейфом звезд в ней не была обнаружена исследуемая неустойчивость.

Однако и ветвь высокочастотных колебаний ($S \neq 0$), исследованная в [32], даже если пренебречь последними двумя слагаемыми в числителе соотношения (3.3′) оказывается неустойчивой из-за излучения звездами посредством эффекта Допплера при их дрейфовых движениях $(\omega_r - m\Omega \approx \varkappa + k_\varphi v_{gp})$. Хотя реальная часть ее частоты определяется не только градиентами фоновых величин.

При $S = 0$ и $\xi \ll 1$ для f_0 максвелловского типа

$$f_0 = \frac{n(r)}{\pi c^2}\exp\left(-\frac{v_\perp^2}{c^2}\right) \qquad \text{имеем из (3.3′)}$$

$$\mathcal{D}_r = 1 - \varkappa \int_0^\infty \frac{\frac{dn}{dr} - 2bn\zeta}{\tilde{\omega} - \gamma\zeta} e^{-\zeta} d\zeta, \qquad (3.6)$$

$$\mathcal{D}_i = \frac{\pi\varkappa}{\gamma} \int_0^\infty \left(\frac{dn}{dr} - 2bn\zeta\right) e^{-\zeta} \delta\left(\zeta - \frac{\tilde{\omega}}{\gamma}\right) d\zeta, \qquad (3.7)$$

где $\varkappa = \frac{2\pi G M_s}{\text{æ}} \sin\delta$, $\sin\delta = k_\varphi / k^*$,

$\tilde{\omega} = \omega_r - m\Omega$, $\gamma = \frac{k\sin\beta}{2\Omega} bc^2$, $\delta(\ldots)$ – обозначает дельта-функцию.

(3.6) и (3.7) при $\delta, \beta = \frac{\pi}{2}$ совпадают с соответствующими соотношениями работ [33, 70], формально.

Из (3.6) и (3.7) имее

$$\tilde{\omega} = \frac{A^*}{2} \pm \sqrt{\frac{A^{*2}}{4} + B^*}, \qquad (3.8)$$

где $A^* = \varkappa\left(\frac{dn}{dr} - 2bn\right)$, $B^* = \varkappa \cdot \gamma \cdot \frac{dn}{dr}$,

$$\omega_i = -\frac{\pi\tilde{\omega}^3}{\gamma} \cdot \frac{\frac{dn}{dr} - 2bn\frac{\tilde{\omega}}{\gamma}}{(2\gamma + \tilde{\omega})\frac{dn}{dr} - 2bn\tilde{\omega}} e^{-\frac{\tilde{\omega}}{\gamma}}. \qquad (3.9)$$

ω_i будет положительным (при $m > 0$) при $\left|\frac{dn}{dr}\right| > \left|2bn\frac{\tilde{\omega}}{\gamma}\right|$.

(...) выбирается $\tilde{\omega}$, удовлетворяющее условию $\frac{\tilde{\omega}}{m} < 0$.

Более сильным критерием устойчивости является требование, чтобы величина $\tilde{\omega}/\gamma$, стоящая в показателе экспоненты была положительна. Из (3.8) и (3.9) следует, что $\tilde{\omega}$, $\omega_i \to 0$ при $\frac{dn}{dr}$, $b \to 0$.

При $S \neq 0$, опуская последние два слагаемых в числителе (3.3') получим дисперсионное соотношение, исследованное в работе [32]:

$$1-\chi_1 \int\limits_0^\infty e^{-\zeta} d\zeta \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\varkappa s J_s^2(\gamma_1\sqrt{\zeta})}{\gamma\zeta-(\omega-m\Omega)+s\varkappa} = 0, \qquad (3.10)$$

где

$$\chi_1 = \frac{4\pi G\sigma}{k^* c^2}, \qquad \gamma_1 = \frac{kc}{\varkappa}.$$

Для гармоники $S = 1$, используя разложение $J_1(\gamma_1\sqrt{\zeta})$ в окрестности нуля, получим

$$\mathcal{D}_r = 1 + \frac{A_3}{\tilde{\omega}} A_1 + \frac{A_3 \cdot A_2 \cdot \gamma}{\tilde{\omega}^2}, \qquad (3.11)$$

где $A_1 = 1 - \frac{\gamma_1^2}{2} + \frac{3}{32}\gamma_1^4$, $A_2 = 2 - \frac{3}{2}\gamma_1^2 + \frac{3}{8}\gamma_1^4$, $A_3 = \frac{1}{4}\chi_1 \cdot \gamma_1^2 \varkappa = \frac{\pi G\sigma}{\varkappa} k^* A$, $A = 1 + \left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right]\sin^2\delta$,

$$\tilde{\omega} = \omega_r - m\Omega - \varkappa,$$

$$\mathcal{D}_i = -\pi \frac{\chi_1}{\gamma} \int\limits_0^\infty e^{-\zeta} \varkappa J_1^2(\gamma_1\sqrt{\zeta})\, \delta\!\left(\zeta - \frac{\tilde{\omega}}{\gamma}\right) d\zeta \qquad (3.12)$$

Корень $\tilde{\omega}$,удовлетворяющий условию фазового резонанса - равенства нулю знаменателя дисперсионного соотношения (3.10),есть

$$\tilde{\omega} = -\frac{A_3 \cdot A_1}{2} - \sqrt{\frac{A_3^2 \cdot A_1^2}{4} - A_3 \cdot A_2\, \gamma}\,. \qquad (3.13)$$

Отвечающий этому корню инкремент есть

$$\omega_i = -\frac{\pi \tilde{\omega}^4 \left(1 - \frac{\gamma_1^2 \tilde{\omega}}{8\gamma}\right)^2}{\gamma^2 \left(2\gamma A_2 + \tilde{\omega} A_1\right)}\, e^{-\frac{\tilde{\omega}}{\gamma}}. \qquad (3.14)$$

Из выражения для $\tilde{\omega}$ видно,что знаменатель отрицателен и,следовательно, $\omega_i > 0$.Таким образом,действительно существует неустойчивость,связанная с дрейфом звезд из-за дифференциальности вращения.При $\gamma \to 0$ $\omega_i \to 0$ экспоненциально.

Порядок $\tilde{\omega}$ (это справедливо и в случае низкочастотных волн) легко оценивается из условия излучения при эффекте Доплера и сравнения числителя и знаменателя второго слагаемого дисперсионного соотношения (3.10)

$$\omega_r - m\Omega \approx \varkappa - k^* c,$$

$$|\tilde{\omega}| \approx k^* c \approx k^* c_T$$

Для неустойчивости,связанной с эффектом Доплера,может оказаться стабилизирующим фактором несимметрия углового распределения по углу α (см.выражение (2.4)),нарушающая когерентность излучения волн звездами.Это может быть для $\gamma_1 \lesssim \gamma c_T / L$, L- характерный размер пространственной неоднородности фоновой звездной плотности[34].

Экспоненциальная малость полученного инкремента - следствие предположения о слабой дифференциальности вращения. Ясно, что при конечных значениях градиента угловой скорости γ, который играет роль параметра неустойчивости, инкремент будет другим [60,61]. Анализ этого случая требует учета членов более высокого порядка в разложении по степеням γ в дисперсионном соотношении и рассмотрение становится громоздким даже при условии, что невозмущенные траектории находятся в прежнем приближении. Однако при упрощающих предположениях, аналогичных сделанным в работах [60,61], можно легко оценить инкремент.

При $\gamma_1 \ll 1$ дисперсионное уравнение (3.10) для гармоники $\zeta = 1$ примет вид

$$1 - \frac{4\pi G\sigma}{k^* c^2}\int_0^\infty d\zeta \cdot \frac{\varkappa \cdot \frac{\gamma_1^2 \zeta}{4} e^{-\zeta}}{\gamma\zeta - \omega^*} = 0,$$

где $\omega^* = \omega - m\Omega - \varkappa$ комплексна, а остальные обозначения прежние.

Удерживая в разложении по степеням отношения γ/ω^* члены второго порядка, получим кубическое уравнение для определения ω^*:

$$\omega^{*3} + \alpha_1 \omega^{*2} + 2\gamma\cdot\alpha_1\omega^* + 6\alpha_1\gamma^2 = 0,$$

где

$$\alpha_1 \equiv A_3.$$

Как показывает стандартное исследование кубического уравнения, неустойчивость имеет место при любом γ, так как его дискриминант, равный $(5\alpha_1^2 - 46\alpha_1\gamma + 243\gamma^2)$ положителен $(\gamma < 0)$. При этом $Re\,\omega^* \approx \alpha_1$, а $Im\,\omega^* \approx (\alpha_1\gamma^2)^{1/3}$

$$\mathrm{Im}\,\omega^* \sim \sqrt[3]{k \cdot r_{cor} \cdot \left(\frac{r_{cor}^2}{L^2}\right)^2 \varkappa^3}\,, \quad r_{cor} = c_r/\varkappa,$$

L – характерный размер изменения Ω. Так как $r_{cor}/L \sim 10^{-1} \div 5\cdot10^{-2}$, то $\mathrm{Im}\,\omega^* \sim 10^{-1} \div 10^{-2}\,\Omega$. Видно, что отношение $\mathrm{Im}\,\omega^*$ к $\mathrm{Re}\,\omega^*$ достаточно мало, что свидетельствует о правильности приближенного решения.

Как влияют сделанные приближения на полученный результат? Эти приближения заключаются в пренебрежении: 1. зависимостью f_0' от α (то есть шварцшильдовостью распределения пекулярных скоростей в плоскости, перпендикулярной к оси вращения) [52], 2. поправкой (обозначим ее f_1) к f_0' для функции распределения стационарного состояния f_0 (см. формулу (2.4)).

Как известно из теории стационарной Галактики, добавки, связанные с шварцшильдовостью, в два и более раз меньше основного максвелловского (изотропного) члена в f_0'. Так что пренебрежение зависимостью f_0' от α вполне оправдано.

Что касается поправки f_1, то она выражается через производные f_0' согласно второму из слагаемых в соотношении (2.4) и ее учет равносилен исследованию влияния конечности размеров эпициклов звезд.

Как показано выше, неоднородностью системы (в нашем случае дифференциальностью вращения, то есть кинематической неоднородностью) обусловлена ее специфическая неустойчивость. Причем, специфические неустойчивости могут быть различными в зависимости от того, с неоднородностью каких равновесных параметров они связаны. Эти неустойчивости, по-видимому, важны для динамики и структуры звездной системы, в частности, для спиральной структуры галактик,ее формирования и поддержания.

Они проявляются для спиральных волн плотности из-за конечности угла наклона (угла закрутки).Действительно,в теории тугозакрученных спиральных волн [15,16] тангенс угла наклона δ (или эквивалентный ему угол β) считается малым.

При малости δ и в самом деле можно пренебречь дрейфовыми эффектами,так как отношение третьего члена в кинетическом уравнении (I.15) $\left(\frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right)$,ответственного в значительной степени за рассмотренный дрейф,ко второму $\left(v_r\frac{\partial f}{\partial r}\right)$ именно порядка $tg\,\delta$. Однако ясно,что для реальных спиралей угол наклона конечен.

Как показано выше,дрейфовая неустойчивость из-за дифференциальности вращения имеет место в той же области частот,что и та,которая рассматривается в теории тугозакрученных спиралей [15,16].Отсюда очевидно ее значение для теории спиральной структуры в смысле ее поддержания.Частоты,близкие к частотам внутреннего линдбладовского резонанса [45],то есть к собственно эпициклической частоте звезд диска,особенно важны с точки зрения возможных механизмов формирования спиральной структуры.Их рассмотрению посвящен следующий параграф.

§ 3.3. Дрейфово-эпициклическая гравитационная неустойчивость в галактиках

Движения звезд в галактиках сходны с движением заряженных частиц в бесстолкновительной плазме при наличии магнитного поля. Это сходство проявляется в аналогии эпициклических движений звезд и циклотронного вращения заряженных частиц,дрейфовых движений звезд из-за дифференциальности вращения и пространственной неоднородности и дрейфовых движений заряженных частиц из-за градиентов магнитного поля и плотности в плазме.

Как и в плазме, дрейфовые волны звездной плотности в галактиках являются особым классом коллективных явлений [32,33]. Разные типы дрейфовых неустойчивостей плазмы имеют аналог в бесстолкновительной звездной системе [85].

Один класс неустойчивостей, как показано выше, связан с дрейфовыми движениями звезд, обусловленными дифференциальным характером вращения галактик [32,33].

Аналогично плазменной дрейфово-циклотронной неустойчивости [47], существует также дрейфово-эпициклическая гравитационная неустойчивость, обусловленная асимметричным дрейфом (АД) звезд и их эпициклическим вращением. Такая неустойчивость была обнаружена автором настоящей работы в 1976 г. [44]. Существование такой неустойчивости отмечено и в работе [85]. Она обнаружена также А.Г.Морозовым [43], назвавшим ее градиентно-джинсовской. Покажем существование дрейфово-эпициклической неустойчивости в звездных дисках, следуя работе автора [75].

Как и разностный диамагнитный ток в неоднородной плазме (ток намагничивания), АД звезд в галактике с ротационной симметрией состоит в том, что средняя остаточная (за вычетом круговой) скорость звезд в азимутальном направлении отлична от нуля из-за пространственной неоднородности. (Упрощенная теория АД хорошо известна [45,49]). Если допплеровское изменение частоты волны из-за АД звезд соизмеримо с частотой вращения звезд по эпициклам, то происходит раскачка волны.

Вычисление амплитуды возмущения функции распределения фазовой плотности звезд f_m ,отвечающее возмущению гравитацион-

...ого потенциала с амплитудой ψ_m, аналогично проведенному в работах [39,63], а также выше в §§ 2.2., 3.1.

В цилиндрической системе координат конфигурационного пространства (r, φ, z) и в переменных остаточной (за вычетом круговой) скорости ($v_\perp = \sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2}$, $\alpha = arctg\, v_\varphi / v_r$), где v_r, v_φ – проекции остаточной скорости на оси цилиндрической системы координат, f_m в локальном приближении (см. формулы (2.5′) и (3.1)) при колебаниях, пропорциональных $e^{i(m\varphi - \omega t)}$, в квазитропном диске равна:

$$f_m \simeq -2\psi_m \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} - \left[2(\omega - m\Omega)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \frac{m}{\varkappa r}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial r}\right] \times$$

$$\times \psi_m \cdot \sum_{l,s=-\infty}^{\infty} \frac{J_l(\xi)\, J_s(\xi)\, e^{-i(s-l)(\alpha-\beta)}}{m\Omega - \omega + \frac{mb}{\varkappa r} v_\perp^2 + s\varkappa} . \qquad (3.15)$$

В формуле (3.15) $f_0 = f_0(r, v_\perp)$ – фоновая функция распределения, приравненная f_0' из формулы (2.4). Напомним обозначения: m – индекс Фурье-гармоники по углу φ, ω – частота волны, $\Omega = \Omega(r)$ – угловая скорость кругового движения звезд, $\varkappa = 2\Omega\left(1 + \frac{r}{2\Omega}\frac{d\Omega}{dr}\right)^{1/2}$, $b = \frac{1}{2}\frac{d \ln \varkappa}{dr}$, $\xi = \frac{k v_\perp}{\varkappa}$, J_l, J_s – функции Бесселя первого рода.

Из уравнения Пуассона для возмущенного потенциала вытекает следующее локальное дисперсионное соотношение, аналогичное (3.3):

$$k = -4\pi^2 G M_s \cdot \int_0^\infty d v_\perp \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} + \left[(\omega - m\Omega)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} + \right.\right.$$

$$+\frac{m v_\perp}{\varkappa r}\frac{\partial f_0}{\partial r}\Big]\cdot\sum_s \frac{J_s^2(\xi)}{m\Omega-\omega+\frac{m b}{\varkappa r}v_\perp^2+s\varkappa}\Big\} \qquad (3.3'')$$

В соотношении (3.3'') G - ньютоновская гравитационная постоянная, M_S - масса звезды, f_0, таким образом, нормирована на концентрацию звезд.

При анализе соотношения (3.3'') будем следовать работе [47]. В частности, пренебрежем в знаменателе дроби под знаком суммы дрейфом звезд из-за дифференциальности вращения, то есть положим $\frac{m b}{\varkappa r}v_\perp^2=0$. Выберем также фоновое распределение близким к максвелловскому. Тогда

$$f_0=\frac{n(r)}{\pi c^2}\exp\Big(-\frac{v_\perp^2}{c^2}\Big),$$

где $n(r)$ - концентрация звезд.

Тогда интегралы по переменной $v_\perp$ оказываются табличными - вида второго экспоненциального интеграла Вебера

$$\int_0^\infty J_s(\lambda y)\cdot J_s(\mu y)e^{-p^2y^2}y\,dy=\frac{1}{2p^2}e^{-\frac{\lambda^2+\mu^2}{4p^2}}\cdot I_s\Big(\frac{\lambda\mu}{2p^2}\Big)$$

и интеграла Эйлера

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax^2}dx=\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{2a^{(n+1)/2}}.$$

I_s - функция Бесселя мнимого аргумента, $\Gamma(\ldots)$ обозначает гамма-функцию.

Соотношение (3.3'') после выполнения интегрирований примет вид:

$$\frac{k^* c^2}{4\pi G\sigma} = 1 + \left[(\omega - m\Omega) - k_\varphi \cdot v_d\right] \times$$

$$\times \sum_s \frac{e^{-\xi} I_s(\xi)}{m\Omega - \omega + s\varkappa}, \qquad (3.16)$$

где

$$\xi = \frac{k^2 c^2}{\varkappa^2},$$

$$v_d = \frac{c^2}{\varkappa} \cdot \frac{d \ln n}{dr}$$ – скорость АД звезд.

Полагая $\xi > 1$, удерживая в сумме по s члены с $s = 0$ и $s = -1$ и используя асимптотические формулы для функций Бесселя, найдем из соотношения (3.16)

$$\omega - m\Omega = \varkappa \left\{ - \frac{(\Delta - (k_\varphi \cdot v_d)/\varkappa)}{2(1+\Delta)} \pm \right.$$

$$\left. \pm \sqrt{\frac{(\Delta - (k_\varphi \cdot v_d)/\varkappa)^2}{4(1+\Delta)^2} + \frac{k_\varphi \cdot v_d}{2\varkappa}} \right\}, \qquad (3.17)$$

где $\Delta = 1 - \sqrt{2\pi\xi} + \xi^{1/2} \cdot \frac{k^* c^2}{4\pi G\sigma}$.

Так как $v_d < 0$, то одно из решений при соответствующем ...итном значении дрейфовой скорости оказывается неустойчи-... Существование неустойчивости, связанной с градиентом звездной плотности, подтверждается, по-видимому, численными экспериментами [86]. Развитие дрейфово-эпициклической неустойчивости должно вести к перераспределению момента и вещества в системе и установлению состояния, энергетически более выгодного. Вклад последнего слагаемого в правой части (3.16) сравним с первыми двумя слагаемыми, если $\zeta \sim \frac{4\Omega^2 L^2}{(\sin^2\beta)\,\varkappa^2 r_{cor}^2} > 1$, L - характерный размер неоднородности фоновой звездной плотности, r_{cor} - размер эпицикла. Сравнимость вкладов всех слагаемых и есть необходимое условие дрейфово-эпициклической неустойчивости.

Приведенный вывод существования дрейфово-эпициклической неустойчивости прозрачен физически. Она - следствие взаимодействия медленной гравитационно-звуковой волны плотности (ζ = = -I) и собственно дрейфовой моды (см. формулу (3.6)). Затухание гравитационно-звуковой волны ведет к раскачке дрейфовой моды. Подобные эффекты известны в физике плазмы [87].

§ 3.4. Влияние конечности размеров эпициклов

В §§ 3.I - 3.3 фоновое распределение считалось независящим от угла $\mathcal{L}$. В разложении (2.4) бралось лишь первое слагаемое при выводе дисперсионных соотношений (3.2) - (3.3) и их частных форм. Учет следующего слагаемого в разложении (2.4) означает учет конечности размеров эпициклов.

Вообще говоря, в пространственно неоднородных, дифференциально вращающихся звездных системах и первое слагаемое разложения (2.4) зависит не только от абсолютного значения вектора остаточной скорости, но также и от его направления из-за шварцшильдовости [45,49]. Но как показано в § I.I специальным выбором суммарной характеристики остаточной скорости можно "симметризовать" распределение $f_0^{\prime}$,а его анизотропию учесть через добавочные слагаемые в кинетическом уравнении (1.10) и формуле (2.6$'$).Разложение (2.4),таким образом,более последовательно учитывает угловую асимметрию звездных движений в галактиках, связывая ее с пространственной неоднородностью.Поэтому можно ожидать влияния угловой асимметрии (зависимости фоновой функции распределения от угла α) на рассмотренные выше специфические неустойчивости [84].

Подставим в выражение (3.15) для f_m разложение (2.4).Пренебрегая вторыми производными по r ,имеем

$$\frac{\partial}{\partial v_\perp^2}=\frac{\partial}{\partial v_\perp^2}+\frac{\sin\alpha}{2v_\perp\varkappa}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{v_\perp\sin\alpha}{\varkappa}\frac{\partial^2}{\partial r\,\partial v_\perp^2},$$

$$\frac{\partial}{\partial r}=\frac{\partial}{\partial r}.$$

В дисперсионном соотношении угловая асимметрия фонового распределения скажется лишь через второе слагаемое в правой части выражения (3.15) для f_m. С учетом

$$\int_0^{2\pi}\left\{\sin\alpha\cdot\sum_{l,s}\frac{J_l(\xi)\cdot J_s(\xi)\,e^{-i(s-l)(\alpha-\beta)}}{m\Omega-\omega+\frac{mb}{\varkappa r}v_\perp^2+s\varkappa}\right\}d\alpha=$$

$$=\sin\beta\cdot\sum_s\frac{s\,J_s^2(\xi)}{\xi\left(m\Omega-\omega+\frac{mb}{\varkappa r}v_\perp^2+s\varkappa\right)}$$

и $\frac{m}{\varkappa r}=\frac{k\sin\beta}{2\Omega}$,получаем следующее дисперсионное соотношение,являющееся обобщением (3.3) и (3.3$''$);

$$k^* = -4\pi^2 G M_s \cdot \Big[\int_0^\infty \Big\{ \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \Big[(\omega - m\Omega)\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \frac{k\sin\beta}{4\Omega}\frac{\partial f_0}{\partial r}\Big] \times$$

$$\times \sum_s \frac{J_s^2(\xi)}{m\Omega-\omega+\frac{k\sin\beta}{2\Omega} b v_\perp^2 + s\varkappa} + \frac{(\omega-m\Omega)}{\varkappa}\left(\frac{1}{2v_\perp}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial r} + \right.$$

$$\left. + v_\perp \frac{\partial^2 f_0}{\partial r\,\partial v_\perp^2}\right)\sin\beta \cdot \sum_s \frac{s\, J_s^2(\xi)}{\xi\left(m\Omega-\omega+\frac{k\sin\beta}{2\Omega}b v_\perp^2+s\varkappa\right)} \Big\} dv_\perp^2 \Big] \quad (3.18)$$

Штрих у f_0 опущен. Обозначения k^*, k, β, ξ, - прежние.

Динамическая роль первых трех слагаемых в правой части дисперсионного соотношения (3.18) рассмотрена в §§ 3.2. - 3.3. Отношение четвертого и пятого слагаемых к первым трем порядка $\frac{\sin\beta}{kL}$, $\frac{1}{k^2 r_{cor}^2}$. Они существенны, как уже указывалось в § 3.2. для "крупномасштабных" волн. Имеет значение и то, быстрее или медленнее по сравнению со скоростью вращения диска вращается спиральный узор. Угловая асимметрия может оказать стабилизирующее влияние на "крупномасштабные" спиральные моды [84].

(3.18) записано в предположении о слабой пространственной неоднородности фонового распределения звезд. Поэтому было опущено слагаемое со второй производной f_0' по r. Оно также оказывает стабилизирующее воздействие на устойчивость спиральных волн плотности. Тем самым разрешается парадокс о дестабилизирующем влиянии пространственной неоднородности в гравитирующих системах (см. § 3.3 диссертации). Дрейфово-эпициклическая неустойчивость имеет место лишь при относительно слабой пространственной неоднородности. Когда фоновое распределение заметно меняется на размере эпицикла, то неустойчивость спиральных возмущений подавляется. Это согласуется с результатом работы [88] (см. также [48]).

§ 3.5. Устойчивость трехмерной звездной системы с неизотропной функцией распределения

Коллективные свойства звездных систем определяют их пространственную структуру и особенности распределения остаточных скоростей не только в направлении, перпендикулярном оси вращения, но и вдоль нее. Согласно принципу Ле-Шателье равновесие звездной системы должно устанавливаться на уровне, обеспечивающем способность противостоять всякого рода возмущениям. С этой точки зрения трехосность эллипсоида остаточных скоростей в нашей Галактике [49] может быть следствием влияния различных неосесимметрических возмущений (в прошлом или в настоящее время). Как известно, в рамках представлений о ротационной симметрии объяснить трехосность эллипсоида не удается [49]. Устойчивость системы с неизотропным распределением случайных скоростей, характеризующимися различными дисперсиями проекций скоростей на направления, параллельное оси вращения и перпендикулярной к ней, по отношению к возмущениям вида плоских волн для твердотельно вращающихся систем рассмотрена в работах [12,13]. Причем, в работе [13] обнаружена специфическая неустойчивость, вызываемая достаточно сильной анизотропией в распределении скоростей. Эта неустойчивость отлична от джинсовской и обусловлена резонансным взаимодействием частиц с полем волн возмущения – эффектом, хорошо изученным в физике плазмы [63,89,90].

Ниже, следуя работе автора [59], рассмотрен вопрос о неустойчивости, связанной с анизотропией функции распределения, в бесконечной дифференциально вращающейся, однородной вдоль оси вращения системе нестalкивающихся самогравитирующих частиц для неосесимметрических возмущений.

Дифференциальность вращения, аналогично неоднородности внешнего магнитного поля в физике плазмы [60,61,63], существенно влияет на неустойчивость, связанную с анизотропией функции распределения. В частности, для малых значений поперечной составляющей волнового вектора, когда плотность системы существенно меняется в радиальном направлении на расстоянии, равном длине волны, она может привести к подавлению неустойчивости волны, распространяющейся в направлении вращения системы с угловой скоростью (фазовой), большей скорости вращения системы. Поведение со временем волны возмущения, распространяющейся со скоростью, меньшей скорости вращения системы, также определяется, при сильной дифференциальности вращения, дрейфовыми эффектами, а не анизотропией функции распределения.

В цилиндрической системе координат (r, φ, z) с осью z, направленной вдоль оси вращения, уравнения линейного приближения для возмущения $f(r, \varphi, z, v_r, v_\varphi, v_z, t)$ функции распределения (см. уравнение (I.15)) и возмущения $\psi(r, \varphi, z, t)$ гравитационного потенциала имеет вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_r\cdot\frac{\partial f}{\partial r} + \left(\frac{v_\varphi}{r} + \Omega\right)\cdot\frac{\partial f}{\partial \varphi} + v_z\cdot\frac{\partial f}{\partial z} + \left(\frac{v_\varphi^2}{r} + 2\Omega v_\varphi\right)\times$$

$$\times\frac{\partial f}{\partial v_r} - \left(\frac{v_r\cdot v_\varphi}{r} + \chi_2 v_r\right)\cdot\frac{\partial f}{\partial v_\varphi} + \frac{\partial \psi}{\partial r}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_r} +$$

$$+\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_\varphi} + \frac{\partial \psi}{\partial z}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_z} = 0,$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = -4\pi G M_S\int\limits_{(\vec v)} f\,d\vec v.$$

Здесь: v_r , v_φ, v_z – проекции случайных скоростей на соответствующие оси координат; $(\Omega\cdot r)$ – круговая скорость звезд; $\chi_2 = 2\Omega + r\frac{d\Omega}{dr}$; f_0 – начальное распределение, которое при дифференциальном вращении зависит от r и является неизотропной функцией проекций скоростей; G – гравитационная постоянная, M_S – масса звезды.

Решение этой системы для $f\sim$, $\psi\sim$

$$\exp\{i(\int k_r\,dr + m\varphi + k_z z - \omega t)\},$$

имеет дисперсионное уравнение, с помощью которого может быть исследована устойчивость системы. Малым параметром является отношение кинетической энергии случайного движения к кинетической энергии вращательного движения системы.

Для $f_0\sim\exp\left(-v_r^2/2c_r^2 - \frac{v_\varphi^2}{2c_\varphi^2} - \frac{v_z^2}{2c_z^2}\right)$ дисперсионное уравнение имеет вид, аналогичный приведенному в [13]:

$$\frac{r_0^2}{\cdot}(k_r^2 + k_z^2) = \pi^{-\frac{1}{2}}\cdot\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\int\limits_{-\infty}^{\infty} dy\cdot\frac{e^{-y^2}}{y - z_n}\cdot[2n\overline{\Omega}\beta_1^2 + y]\,e^{-\delta}\,I_n(\delta)\right\} \quad (3.19)$$

где

$$\lambda_z^2 = c_z^2 / 2\Omega^2 \left(\frac{\varkappa_2}{\Omega} - 1\right),$$

$$z_n = \left(\omega - m\Omega - \sqrt{2\Omega\varkappa_2}\, n\right) / k_z \sqrt{2} \cdot c_z,$$

$$\beta_1^2 = (c_z^2 \varkappa_2) / (2\Omega c_\varphi^2),$$

$$\delta = (k_r^2 c_\varphi^2) / \varkappa_2^2,$$

$$2\bar{\Omega} = (\sqrt{\varkappa_2 \Omega}) / (k_z \cdot c_z),$$

I_n – модифицированные функции Бесселя,

$\sqrt{2\Omega\varkappa_2}$ – эпициклическая частота.

Поскольку форма уравнения (3.19) совпадает с видом дисперсионного уравнения, исследованного в работе [13], то здесь применим тот же метод решения. Раскладывая дисперсионное уравнение (3.19) по степеням k_z, то есть считая $k_r / k_z \gg 1$, можно получить приближенные корни для $n = 1$. При этом нужно различать два случая: I) $\delta > 1$ и II) $\delta < 1$

I. В случае $\delta > 1$ относительная частота $\tilde{\omega} = (\omega_2 - m\Omega) / \sqrt{2\Omega\varkappa_2}$ равна:

$$\tilde{\omega}^2 = 1 - \frac{2e^{-\delta} I_1(\delta)}{\Delta - S},$$

где

$$\Delta = (\delta\varkappa_2) / (\varkappa_2 - \Omega) - 1 + e^{-\delta} I_0(\delta),$$

$$S = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2e^{-\delta} I_n(\delta)}{n^2 - 1}.$$

Относительный инкремент (декремент)

$$\gamma = \omega_i / \sqrt{2\Omega\varkappa_2} = \eta / 2\bar{\Omega},$$

где

$$\eta = \omega_i / (\sqrt{2}\, k_z c_T) = -\frac{\pi^{1/2}\, 2\bar{\Omega}^2}{\beta_1^2(\Delta - S\tilde{\omega}^4)} \cdot \tilde{\omega}(1-\tilde{\omega}^2) \times$$

$$\times e^{-\delta} I_1(\delta)\left[\tilde{\omega} + (\beta_1^2 - 1)\right] exp\left\{-4\bar{\Omega}^2(\tilde{\omega}-1)^2\right\}.$$

Исследование выражения для η показывает, что неустойчивость имеет место, если, аналогично [13],

$$\beta_1^2 < 1 - \tilde{\omega} \approx \frac{e^{-\delta} I_1(\delta)}{\Delta - S}.$$

Однако критическое отношение для дисперсий будет, конечно, несколько другим, так как β_1 в нашем случае определяется по-другому, чем в [13]. Из выражения для η видно, что $\eta \to 0$ при $k_z \to 0$ из-за экспоненциального множителя, то есть неустойчивость действительно неджинсовская. Численные значения относительного инкремента для $2\bar{\Omega} \approx 1$ (случай резонанса), δ - 2÷4, $\tilde{\omega}^2 \simeq 1$, равны $10^{-2} \div 10^{-3}$.

II. При δu = $\tilde{\omega}^2 \approx \Omega/\chi_z$,

$$\eta = -\frac{\pi^{1/2}\bar{\Omega}^2\left(1-\frac{\Omega}{\chi_z}\right)^2}{2\tilde{\omega}\,\beta_1^2}\left[\tilde{\omega} + (\beta_1^2-1)\right] exp\left\{-4\bar{\Omega}^2(\tilde{\omega}-1)^2\right\}.$$

Условием неустойчивости $\beta_1^2 < 1 - \tilde{\omega}$. При слабой дифференциальности вращения ($2\Omega \approx \chi_z$) имеем $\tilde{\omega}^2$ = 1/2 и условие неустойчивости $\beta_1^2 < 0,293$ [13]. Инкремент же больше, чем в пределе $\delta \gg 1$. Из условия радиального равновесия в случае цилиндрической геометрии

$$1-\Omega/\varkappa_2 = \frac{4\pi G M_s \cdot n}{2\Omega\varkappa_2} > 0$$

n – объемная концентрация звезд).

Критическое значение $\beta_1^2 = 0,293$ указывает, что отношение c_r/c_z должно быть около половины. Это удивительным образом совпадает с требуемым значением для околосолнечной окрестности в нашей Галактике [49] в использованной очень искусственной модели. Следует помнить также, что была рассмотрена слабо неустойчивая ветвь колебаний.

Полученные результаты не противоречат исследованиям гравитационной устойчивости более реалистической модели цилиндра с бесконечной образующей, но конечного радиуса [48,66]. В этих работах и других [91] рассмотрен весь спектр гравитационных неустойчивостей цилиндрических конфигураций гравитирующих систем, критерии устойчивости по отношению к которым также могут быть отнесены к галактикам с соответствующими оговорками.

§ 3.6. Выводы

1. Учет пространственной и кинематической неоднородности звездного диска, действие азимутальных сил возмущений, заметно меняют его дисперсионные свойства. Для правильного учета конечности угла закрутки спиральных возмущений необходим последовательный учет всех эффектов второго порядка в орбитах звезд в пространственно неоднородном, дифференциально вращающемся диске. Тогда из-за дифференциальности вращения в дисперсионном соотношении появляются специфические резонансные знаменатели, обязанные дрейфовым движениям звезд. Из-за пространственной неоднородности существуют асимметричный дрейф звезд и специфическая дрейфовая ветвь колебаний звездной плотности.

2. С дрейфом звезд из-за дифференциальности вращения связаны кинетические неустойчивости спиральных волн плотности вследствие эффекта Вавилова-Черенкова для дрейфовой моды или эффекта Доплера (для быстрой гравитационно-звуковой волны).

3. Аналогично плазменной дрейфово-циклотронной неустойчивости существует дрейфово-эпициклическая гравитационная неустойчивость, обусловленная асимметричным дрейфом звезд и их эпициклическим вращением. Она - следствие "слияния" медленной гравитационно-звуковой волны плотности и дрейфовой моды. В области коротации такое взаимодействие является механизмом резонансной (коротационной) неустойчивости, обнаруженной также в гидродинамической теории спиральных волн [36,37].

4. Дрейфовые эффекты усиливают (либо ослабляют) раскачку спиральных волн плотности (путем влияния на процесс передачи

энергии и углового момента ими) в зависимости от степени дифференциальности вращения диска и пространственной неоднородности распределения звезд. Влияние дрейфовых эффектов является определяющим для раскачки и дисперсионных свойств собственно дрейфовой моды. Оно также значимо для гравитационно-звуковых мод. Влияние массивного гало ослабляет действие дрейфовых эффектов, а также азимутальных сил вообще.

5. Различие в степени закрученности нормальных спиральных узоров связано с действием азимутальных сил в сочетании с эллиптичностью эпициклов в дифференциально вращающихся дисках (см. фактор $A = 1 + \left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right]\sin^2\delta$ в § 3.2), асимметричным дрейфом. Их влияние ослабляется анизотропией функции распределения и конечными размерами эпициклов.

Глава 4

НЕУСТОЙЧИВОСТИ СПИРАЛЬНЫХ ВОЛН ПЛОТНОСТИ (НЕЛОКАЛЬНЫЙ ПОДХОД)

§ 4.1. Нелокальное дисперсионное соотношение и дискретность частот волн плотности

Выше уже отмечались недостатки, свойственные локальному подходу в исследовании спиральных возмущений. В локальном подходе временные и пространственные масштабы спиральных возмущений и их эволюция определяются локальными характеристиками звездного диска - массовыми и кинематическими. В сущности, в качестве дисперсионного соотношения в таком подходе используется уравнение эйконала. Использование уравнения эйконала в качестве локального дисперсионного соотношения оправданно в оптико-геометрическом приближении для коротких по сравнению с размером неоднородности волн плотности. Оно соответствует приближенному анализу точных интегральных соотношений типа Бора-Зоммерфельда для тугозакрученных спиральных мод, их аналогов в случае иной геометрии возмущений с помощью теоремы о среднем значении [79,82].

В § 1.3 отмечены причины, в силу которых необходимо рассмотрение пространственной картины спиральных возмущений и их временного поведения в рамках глобального подхода. Крупномасштабный спиральный узор следует связать с собственными функциями звездного диска, являющимися решениями дифференциального или интегрального уравнения для возмущения звездной плотности или другой физической характеристики системы. При этом оказывается, что временное поведение возмущений, охватывающих систему в целом и описываемых этими собственными функциями, зависит от небольшого числа усредненных характеристик, отнесенных уже к системе в целом. От численного значения этих характеристик зависит, будут ли возмущения неустойчивы или устойчивы. Выявить явную зависимость инкрементов от этих характеристик, как правило, очень трудно.

Глобальная устойчивость звездных дисков в гидродинамическом подходе исследовалась рядом авторов [30,48,53]. За исключением случаев немногих точных результатов [93,53,48], такие исследования требуют численных расчетов [94-100] и численного моделирования [77,81,86,101,102]. Квазиклассические решения также требуют численных расчетов [36,38]. Результаты локального рассмотрения согласуются с результатами более точного квазиклассического рассмотрения лишь в некоторых точках, как это показано в физике плазмы [47,103-105].

Если не пользоваться локальным приближением, то, аналогично физике плазмы [106], для возмущения звездной плотности получается интегральное уравнение [20,45,85] в рамках кинетического рассмотрения. Его точное решение возможно, по-видимому, лишь для твердотельно вращающихся неоднородных дисков [107].

Следуя работе автора диссертации [35] получим формальные соотношения для анализа устойчивости квазиизотропного дифференциально вращающегося неограниченного диска по отношению к слабозакрученным неосесимметричным возмущениям. Ограниченность диска будет учтена в §§ 4.2, и 4.3.

Подставляя соотношения (2.1) в уравнение (1.15) и линеаризуя последнее относительно f'_m, получим уравнение для расчета колебаний фазовой плотности (2.2).

Перейдя к лагранжевым переменным звезд получим соотношение

(2.5),а после преобразований – (2.5'). Переменные r, φ, $v_\perp$, α под знаком интеграла следует считать функциями времени согласно соотношениям (I.I?–I.I4), в которых положим $a_2 \equiv 2\Omega/\varkappa$, $\varkappa_1 \equiv \varkappa$.

При колебаниях поля вида $\psi'_m = \psi_m e^{i(m\varphi-\omega t)}$ и в пределе неосесимметрических возмущений с $\operatorname{tg}\delta \to \infty$ (δ – угол наклона, $\operatorname{tg}\delta = k_\varphi/k_r$, $k_\varphi = m/r$, k_r – азимутальное и радиальное волновые числа) амплитуда возмущения функции фазовой плотности равна

$$f_m = -2\psi_m \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} - i\left[2(\omega - m\Omega)\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \frac{m}{\varkappa r}\frac{\partial f_0}{\partial r}\right]\times$$

$$\times\left[-i\psi_m \sum_{l,s=-\infty}^{\infty} \frac{J_l(\xi)\cdot J_s(\xi)\, e^{-i(s-l)\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}}{m\Omega - \omega + \frac{m v_\perp^2}{\varkappa r} b + s\varkappa} + \right.$$

$$+\frac{v_\perp}{\varkappa}\frac{\partial \psi_m}{\partial r}\cdot\frac{1}{2}\left\{\sum_{l,s} \frac{J_l(\xi)\cdot J_s(\xi)\, e^{i(s-l)\frac{\pi}{2}}\cdot e^{-i(s-l-1)\alpha}}{m\Omega - \omega + \frac{m v_\perp^2}{\varkappa r} b + (s-1)\varkappa} - \right.$$

$$\left. - \sum_{l,s} \frac{J_l(\xi)\cdot J_s(\xi)\, e^{i(s-l)\frac{\pi}{2}}\cdot e^{-i(s-l+1)\alpha}}{m\Omega - \omega + \frac{m v_\perp^2}{\varkappa r} b + (s+1)\varkappa}\right\} -$$

$$-\frac{v_\perp}{\varkappa}\cdot\frac{\partial \psi_m}{\partial r}\cdot\frac{1}{2}\left\{\sum_{l,s} \frac{J_l(\xi)\cdot J_s(\xi)\, e^{i(s-l)\frac{\pi}{2}}\cdot e^{-i(s-l-1)\alpha}}{m\Omega - \omega + \frac{m b}{\varkappa r} v_\perp^2 + s\varkappa} - \right.$$

$$-\sum_{l,s}\frac{J_l(\xi)\cdot J_s(\xi)\,e^{i(s-l)\frac{\pi}{2}}\cdot e^{-i(s-l+1)\lambda}}{m\Omega-\omega+\frac{m v_\perp^2}{\varkappa r}b+s\varkappa}\Big\}+\ldots\Big], \qquad (4.1)$$

где $\xi=\frac{2\Omega}{\varkappa}\frac{m v_\perp}{\varkappa r}$, $b=\frac{1}{2}\frac{d\ln\varkappa}{dr}$, $J_l(\xi)$, $J_s(\xi)$ – функции Бесселя.

При получении выражения (4.I) из-за слабой закрученности возмущений ($tg\,\delta\to\infty$) в интеграле соотношения (2.5') пренебрегалось изменением фазы спирального возмущения из-за радиальных колебаний звезд. Это совершенно аналогично пренебрежению азимутальными колебаниями (осцилляциями угла φ) при крутой закрутке, когда $tg\,\delta$ мал. Учет радиальных колебаний по схеме, включающей много членов разложения

$$\psi_m(r)=\psi_m(r_0)+\frac{\partial\psi_m}{\partial r}\Big|_{r=r_0}(r-r_0)+\frac{1}{2!}\frac{\partial^2\psi_m}{\partial r^2}\Big|_{r=r_0}(r-r_0)^2+\ldots, \qquad (4.2)$$

где $(r-r_0)$ берутся согласно соотношению (I.II), приводит к громоздким выражениям. Для иллюстрации в (4.I) учтен второй член разложения (4.2). ψ_m, вообще говоря, – комплекснозначная функция [21,32].

Предполагая возмущение потенциала монотонным по радиусу и используя преобразование Фурье-Бесселя, находим из уравнения Пуассона следующее выражение для амплитуды потенциала [108]

$$\psi_m=\frac{\gamma}{2}\cdot\int_0^\infty\Big(\int f_m(r',\vec v)\,d\vec v\Big)r'dr'\cdot\int_0^\infty J_m(\lambda r')\cdot J_m(\lambda r)\,d\lambda \qquad (4.3)$$

J_m – функция Бесселя, $\gamma=4\pi G M_s$, G – ньютоновская грави-

...ционная постоянная, M_S - масса звезды).

Подставив выражение (4.3) для ψ_m в соотношение (4.2) и проинтегрировав последнее по переменным скорости, получим интегральное уравнение для возмущенной пространственной звездной плотности $\sigma_m(r) = \int f_m(r,\vec{v})d\vec{v}$:

$$\sigma_m(r) = \int\limits_0^\infty K(r,r',\omega)\sigma_m(r')dr', \text{ где } K = -\pi\gamma\cdot$$

$$\cdot\int\limits_0^\infty r' J_m(\lambda r)\cdot J_m(\lambda r')d\lambda\cdot\int\limits_0^\infty dv_\perp\cdot\sum_s\Big[\Big(s\varkappa+\frac{m v_\perp^2}{\varkappa r'}b\Big)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp}+$$

$$+\frac{m v_\perp}{\varkappa r'}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial r'}\Big]\Big[m\Omega-\omega+\frac{m v_\perp^2}{\varkappa r'}b+s\varkappa\Big]^{-1}\cdot J_s^2(\zeta)+\ldots \quad (4.4)$$

...выражении для K явно выписан вклад от первых трех слагаемых выражения (4.1) для f_m. При $m \geqslant 2$ интеграл по λ сходится в нуле. Многоточие означает члены порядка r_{cor}/L и ... в разложениях (2.4) и (4.2), L - характерный размер неоднородности звездной плотности, $r_{cor} = v_\perp/\varkappa$. ...их у f_0 опущен.

Уравнение (4.4) содержит полное решение задачи устойчивости по отношению к неосесимметрическим возмущениям со слабой закруткой. Считая справедливой фредгольмовость уравнения, известным способом находим собственные функции и частоты [38,110]. Например, ω находится из определителя Фредгольма

$$D(\omega) = 1-\frac{1}{1!}\int\limits_0^\infty K(r,r)dr+\frac{1}{2!}\int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty\begin{vmatrix}K(r,r) & K(r,r_1)\\ K(r_1,r) & K(r_1,r_1)\end{vmatrix}dr_1 dr +$$

$$+\dots+\frac{(-1)^n}{n!}\int\limits_{(n)}\!\!\dots\!\int \begin{vmatrix} K(r,r) & K(r,r_1) & \dots & K(r,r_{n-1}) \\ K(r_1,r) & K(r_1,r_1) & \dots & K(r_1,r_{n-1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K(r_{n-1},r) & K(r_{n-1},r_1) & \dots & K(r_{n-1},r_{n-1}) \end{vmatrix} \times$$

$$dr\, dr_1 \dots dr_{n-1} + \dots = 0, \qquad (4.5)$$

Параметр ω под интегралами в (4.5) опущен для упрощения записи.

Если в определителе Фредгольма ограничиться первыми двумя слагаемыми и, к тому же, перейти во втором слагаемом к интегралу с переменным верхним пределом, то получим "локальное" дисперсионное уравнение:

$$1-\int\limits_0^r K(r',r',\omega)\,dr' \simeq 0 \qquad (4.6)$$

В отличие от локальных дисперсионных соотношений, использованных в главе 3, оно содержит два дополнительных интегрирования - по координате r' и параметру λ. Это сильно усложняет расчет, но, по-видимому, приводит к близким (по сравнению с прежними значениям частот и инкрементов.

В дисперсионных соотношениях (4.5), (4.6) появляются специфические резонансные знаменатели, обязанные дрейфовым (из-за дифференциальности вращения) движениям звезд. С ними, как известно, связываются так называемые кинетические неустойчивости соответствующих ветвей колебаний.

Уравнения (4.4) - (4.6) учитывают не только дифференциальные эффекты (дрейф из-за дифференциальности вращения), но и конвективный перенос гравитационным дрейфовым движением в поле волны потенциала [33,82], и асимметричный дрейф [75].

Как показано в § 3.3, с асимметричным дрейфом может быть связана неустойчивость коротковолновых высокочастотных колебаний, аналогичная плазменной дрейфово-циклотронной. Рассмотрение высокочастотных колебаний проводится известным методом [13,59, III]. Для этой ветви колебаний дифференциальные эффекты не существенны, если асимметричный дрейф преобладает. В противном случае существует дополнительная резонансная неустойчивая ветвь колебаний [47].

Если асимметрия звездных движений слабая, то существен названный выше конвективный перенос. Дифференциальные эффекты приводят, при этом, к раскачке низкочастотных колебаний. Например, в локальном приближении дисперсионное соотношение для таких колебаний имеет вид (3.6) – (3.7).

Если учесть угловую асимметрию фоновой функции распределения (второе слагаемое в формуле (2.4)), по-прежнему пренебрегая осциллирующими слагаемыми порядка $\left(\frac{1}{\psi_m}\,\frac{d^n\psi_m}{d\,r^n}\right)$, то выражение для ядра интегрального уравнения (4.4) примет вид [34]:

$$K(r,r',\omega) = -\pi\gamma\int\limits_0^\infty r' J_m(\lambda r')\, J_m(\lambda r)\, d\lambda \times$$

$$dv_\perp \sum_s \left\{ \frac{\left(s\varkappa\left[1+\frac{(\omega-m\Omega)}{2\Omega(m/r')}\frac{\partial}{\partial r'}\right]+\frac{m v_\perp^2}{\varkappa r'}b\right)\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp}}{m\Omega-\omega+\frac{m b}{\varkappa r'}v_\perp^2+s\varkappa} J_s^2(\zeta) + \right.$$

$$+\frac{\left[\frac{m v_\perp}{\varkappa r}+\frac{s(\omega-m\Omega)}{(2\Omega/\varkappa)\, v_\perp (m/r)}\right]\frac{\partial f_0}{\partial r}}{m\Omega-\omega+\frac{m b}{\varkappa r}v_\perp^2+s\varkappa}\cdot J_s^2(\xi)+\dots\Big\} \qquad (4.7)$$

Вторые слагаемые в квадратных скобках первой и второй дробей под знаком суммы в ядре интегрального уравнения получается от второго слагаемого формулы (2.4).

Динамическая роль других слагаемых уже обсуждена выше. В частности, отмечена роль асимметричного дрейфа, как фактора неустойчивости. Именно, с асимметричным дрейфом может быть связана дрейфово-эпициклическая неустойчивость высокочастотных колебаний, аналогичная дрейфово-циклотронной в плазме. Асимметричный дрейф учитывает четвертое слагаемое под знаком суммы (первое слагаемое второй дроби). Вклад первого и четвертого слагаемых оказывается одного порядка, если $k_\varphi r_{cor}=\frac{m v_\perp}{\varkappa r}=\xi\cdot\frac{\varkappa}{2\Omega}>1$, точнее, если $\xi\sim L/r_{cor}$;
L – характерный размер неоднородности фоновой звездной плотности, r_{cor} – размер эпицикла. Сравнимость вкладом этих слагаемых и есть необходимое условие дрейфово-эпициклической неустойчивости.

Отношение второго и пятого слагаемых под знаком суммы, связанных с угловой асимметрией фонового распределения, к первому порядка $1/(k_\varphi L)$. Если $\xi>1$, то их влияние мало. При $\xi\sim 1$ будет необходим, и они могут оказать стабилизирующее действие.

Параметр ξ в неоднородной системе меняется от точки к точке. Поэтому следует считаться с возможным динамическим проявлением всей совокупности факторов – и дифференциальности вражений, и пространственной неоднородности, и угловой асимметрии фазового распределения в галактиках при анализе их устойчивости, которые в совокупности определяют область протяженности спирального узора, возбужденного вследствие неустойчивости. Если диск ограничен, то для неустойчивых возмущений число решений уравнения типа (4.4) либо конечно, либо счетно. Соответственно, набор частот обладает тем же свойством. Антиспиральная теорема [25] также имеет место лишь для квазистационарных неосесимметричных собственных колебаний, как отмечалось целым рядом исследователей ([20,95,100] и другие работы). Ситуация с дискретностью, либо непрерывностью частот волн плотности в звездных дисках в определенной степени аналогична ситуации в квантовой механике [112], в которой подробно разработана спектральная теория вырожденных состояний и переходов под действием различного типа возмущений. Но в общем случае применение методов функционального анализа [113] оказывается трудным. Следует согласиться с определенным пессимизмом в отношении возможности решить вопросы, связанные с проблемой собственных функций и частот для интегрального уравнения (4.4) в его общей форме, высказанное в работе [48]. Мы применим развитый подход к конкретному случаю одного из типов волн плотности в модельном хантеровском диске.

§ 4.2. Секторные волны плотности в хантеровском диске

В работах автора [32,33,70,85] и выше в рамках бесстолкновительной кинетики рассмотрены колебания и устойчивость фазовых распределений в дифференциально вращающихся галактиках. Из-за сложности уравнений частоты и инкременты оценивались локально. Мы, следуя работе [114], на основе численного расчета проведено нелокальное рассмотрение медленных дрейфовых секторных волн плотности малой амплитуды в модельной дисковой галактике, структура которой исследована в работе [93]. По-видимому, эта модель хорошо аппроксимирует звездные диски некоторых галактик, имеющих слабозакрученную спиральную структуру.

Этот диск является квазиизотропным, ограниченным по радиусу. Учитывая медленность колебаний, воспользуемся для их анализа дрейфовым (адиабатическим) приближением, в котором полностью пренебрегается эффектами эпициклических осцилляций.

Кинетическое уравнение для функции распределения f в случае медленных по сравнению с периодом эпициклического движения процессов, получается усреднением (2.2) по углу α, который приближенно можно считать изменяющимся пропорционально времени. Для этого следует воспользоваться той связью, которая существует между кинетическим уравнением и его характеристиками, предварительно определив, разумеется, сами усредненные характеристики.

Выписывая характеристики для уравнения (2.2) и опуская часть гравитационного потенциала, уравновешенную вращением, можно найти, разложениям по обратным степеням (2Ω) и последующим усреднением по углу α, усредненные характеристики (см. [54,57, 10,115]) и формулы (I.11 - I.13)):

$$\dot{\bar{r}} = \frac{1}{\varkappa \bar{r}} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \varphi},$$

$$\dot{\bar{\varphi}} = \Omega + \frac{1}{2} \frac{\bar{v}_\perp^2}{\varkappa \bar{r}} \cdot \frac{d \ln \varkappa}{d \bar{r}} - \frac{1}{\varkappa \bar{r}} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \bar{r}},$$

$$\dot{\bar{v}}_\perp = \frac{1}{2} \frac{\bar{v}_\perp}{\varkappa \bar{r}} \frac{d \ln \varkappa}{d \bar{r}} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}. \qquad (4.8)$$

В дальнейшем черту усреднения у переменных r , φ, $v_\perp$ будем опускать. Снова через ψ обозначен уже переопределенный потенциал. Из-за переопределения потенциала, из которого вычтена часть, компенсируемая центробежной силой, эта последняя выпадает из системы (1.8).

В усредненных переменных (r, φ, $v_\perp$) кинетическое уравнение для f (r , φ , $v_\perp$, t) в форме уравнения непрерывности [116] имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \dot{r} f) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}(r \cdot \dot{\varphi} f) +$$

$$+ \frac{1}{v_\perp}\frac{\partial}{\partial v_\perp}(v_\perp \cdot \dot{v}_\perp \cdot f) = 0, \qquad (4.9)$$

где $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$, $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$; $\dot{v}_\perp = \frac{dv_\perp}{dt}$.

Заметим, что кинетическое уравнение может быть записано и в форме субстанциональной производной

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \dot{\varphi}\cdot\frac{\partial f}{\partial \varphi} + \dot{v}_\perp\cdot\frac{\partial f}{\partial v_\perp} = 0, \qquad (4.9')$$

если

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot\dot{r}) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}(r\,\dot{\varphi}) + \frac{1}{v_\perp}\frac{\partial}{\partial v_\perp}(v_\perp\cdot\dot{v}_\perp) = 0, \quad (4.10)$$

то есть дивергенция обобщенной скорости в фазовом пространстве равна нулю. Если нет, то в уравнении (4.9$'$) появится свободный член с f . Проверка для (4.8) показывает, что (4.10) в нашем приближении выполняется.

Подставляя (4.3) в (4.9'), получим нужное нам кинетическое уравнение:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\left(\frac{1}{\varkappa r}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}\right)\cdot\frac{\partial f}{\partial r}+\left[\Omega-\frac{1}{\varkappa r}\cdot\frac{\partial \psi}{\partial r}+\frac{1}{2}\frac{v_\perp^2}{\varkappa r}\frac{d\ln\varkappa}{dr}\right]\times$$

$$\times\frac{\partial f}{\partial \varphi}+\left[\frac{1}{2}\,\frac{v_\perp}{\varkappa r}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}\,\frac{d\ln\varkappa}{dr}\right]\cdot\frac{\partial f}{\partial v_\perp}=0. \qquad (4.11)$$

С помощью уравнения (4.11) рассмотрим развитие со временем несимметричных малых колебаний функции распределения и гравитационного потенциала, следуя предыдущему параграфу. Фоновое распределение $f_0=f_0(r,v_\perp)$, а эффективный фоновый гравитационный потенциал ψ_0 = 0 (см. замечание после системы (4.8)).

Функцию распределения и потенциал диска представляем в виде суммы фоновых значений и малых несимметричных слагаемых (формула (2.1)). Амплитуды слабозакрученных (секторных) колебаний фазовой плотности f_m (аналог формулы (4.1) § 4.1) и гравитационного потенциала ψ_m (аналог формулы (4.3) § 4.1) звездного диска определяются выражением:

$$f_m=\frac{\frac{m}{\varkappa r}\left[\frac{\partial f_0}{\partial r}+\frac{v_\perp}{2\varkappa}\frac{d\varkappa}{dr}\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp}\right]}{\omega-m\Omega-\frac{1}{2}\,\frac{m v_\perp^2}{\varkappa^2 r}\,\frac{d\varkappa}{dr}}\cdot\psi_m, \qquad (4.12)$$

и

$$\psi_m=\frac{\gamma}{R}\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\left[\int_0^R\left(\int f_m(r',\vec{v})\,d\vec{v}\right)J_m\left(\frac{\lambda_i}{R}r'\right)\cdot r'dr'\right]\times$$

$$\times \frac{J_m\left(\frac{\lambda_i}{R}r\right) + \frac{4\lambda_i}{\pi^2 N_m(\lambda_i)} \int_0^\infty \frac{I_m\left(\frac{\lambda'}{R}r\right) K_m(\lambda')}{\lambda'^2 + \lambda_i^2} d\lambda'}{\lambda_i \left[J_m'(\lambda_i)\right]^2} \qquad (4.13)$$

Здесь m - индекс Фурье-гармоники по углу φ, R - радиус диска, J_m - функция Бесселя первого рода, $J_m'(\lambda_i) = \left.\frac{d J_m}{d\left(\frac{\lambda_i}{R}r\right)}\right|_{r=R}$, N_m - функция Неймана, I_m, K_m - модифицированные функции Бесселя I-го и 2-го рода, λ_i - корни уравнения $J_m(\lambda_i) = 0$, $\gamma = 4\pi G M_S$ (G - ньютоновская гравитационная постоянная, M_S - масса звезды). (4.13) получено в предположении, что возмущение звездной плотности $\sigma_m(r) = \int\limits_{(\vec{v})} f_m(r, \vec{v})\, d\vec{v}$ обращается в нуль на границе диска, а возмущенный потенциал непрерывен [94].

Интегральное уравнение для $\sigma_m(r)$ (аналог формулы (4.4) (4.1)) имеет вид:

$$\sigma_m(r) = \int_0^R K(r, r', \omega)\, \sigma_m(r')\, dr' \qquad (4.14)$$

в уравнении (4.14)

$$K(r, r', \omega) = -\frac{2\pi\gamma}{R} r' \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_m\left(\lambda_i \frac{r'}{R}\right) \cdot J_m\left(\lambda_i \frac{r}{R}\right) + \ldots}{\lambda_i \left[J_m'(\lambda_i)\right]^2} \times$$

$$\times \int dv_\perp \frac{\frac{m v_\perp^2}{\varkappa r'} b \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} + \frac{m v_\perp}{\varkappa r'} \frac{\partial f_0}{\partial r'}}{m\Omega - \omega + \frac{m v_\perp^2}{\varkappa r'} b},$$

$$b = \frac{1}{2} \frac{d \ln \varkappa}{d r'}$$

Уравнение (4.14) является предельным случаем уравнения (4.4) для $S=0$, $J_0^2(\xi)\approx 1$ и учитывает дискретность параметра λ_i для пространственно ограниченного диска.

Определитель Фредгольма уравнения (4.14) является дисперсионным соотношением $\mathcal{D}(\omega)$. Ограничиваясь первыми двумя слагаемыми, имеем:

$$\mathcal{D}(\omega)=1-\int\limits_0^R K(r',r',\omega)\,dr'=0 \qquad (4.15)$$

Аналогично работе [97], перейдем к безразмерным частотам, скорости $v_\perp$, дисперсии c, радиальной координате r и поверхностной концентрации n:

$$r=R\,r_z;$$

$$n=n_0\,n_z=\frac{M}{4\pi R^2 M_s}\cdot n_z;$$

$$\Omega,\varkappa,\omega=(\Omega_z,\varkappa_z,\omega_z)\cdot\left(\frac{GM}{R^3}\right)^{1/2};$$

$$v_\perp,c=(v_z,\beta_z)\cdot\left(\frac{GM}{R}\right)^{1/2};$$

M – полная масса диска.

Тогда

$$\mathcal{D}(\omega_z)=1-R\cdot\int K(r_z,r_z,\omega_z)\,dr_z=0, \qquad (4.15')$$

где

$$K(\tau,\tau,\omega_\tau)=\frac{1}{R}\left\{-2\pi\tau\sum_{i=1}^{\infty}\frac{J_m^2(\lambda_i\tau)}{\lambda_i\left[J_m'(\lambda_i)\right]^2}\times\right.$$

$$\left.\times\int_0^{v_1}dv_\tau\,\frac{\frac{mv_\tau^2}{\varkappa_\tau\cdot\tau}b_\tau\frac{\partial f_{0\tau}}{\partial v_\tau}+\frac{mv_\tau}{\varkappa_\tau\cdot\tau}\frac{\partial f_{0\tau}}{\partial\tau}}{m\Omega_\tau-\omega_\tau+\frac{mv_\tau^2}{\varkappa_\tau\cdot\tau}b_\tau}\right\}$$

С помощью уравнения (4.15') определим частоты и инкременты медленных секторных волн плотности в звездном диске из класса, найденного Хантером [93,97], с параметром $N=2$ в законе плотности. Для такого диска

$$n_\tau=10\left(1-\tau^2\right)^{3/2}, \qquad (4.16)$$

$$\Omega_\tau=\left(\frac{15\pi}{8}\left(1-\frac{3}{4}\tau^2\right)\right)^{1/2}. \qquad (4.17)$$

Фоновое распределение выберем максвелловского типа $f_{0\tau}=\frac{n_\tau}{\pi\beta_2^2}e^{-\frac{v_\tau^2}{\beta_2^2}}$, пренебрегая изменением нормировочной постоянной за счет усеченности фонового распределения в пространстве скоростей. Верхний предел интегрирования по остаточным скоростям v_1 равен разности параболической и круговой скоростей. Разделяя обычным образом действительную и мнимую части дисперсионного соотношения (4.15') [32,33,70] (см. также § 3.2), найдем численно частоту и инкремент дрейфовых колебаний.

Была исследована зависимость $Re\,\omega_\tau$ и $Im\,\omega_\tau$ от безразмерной дисперсии β_2 в интервале (0, 0.4) и $5\geq m\geq 2$ (ниже данные приводятся для $m=2$). Оказалось, что $Re\,\omega_\tau$

почти не зависит от численного значения дисперсии остаточных скоростей и несколько уменьшается при $\beta_2 = 0.28$. Наибольший инкремент $Im\,\omega_\imath = Im\,\omega_\imath(\beta_2) = 0.015$ соответствует максимальному значению $Re\,\omega_\imath = Re\,\omega_\imath(\beta_2) = 2.23$. Соответствующее данному инкременту время нарастания неустойчивости $\sim 10^9$ лет (с ростом m время нарастания неустойчивости уменьшается обратно пропорционально m). Рассматриваемые колебания стабилизируются при $\beta_2 \approx 0,3$. В наших единицах теорема вириала имеет вид $\frac{1}{2} - t = \frac{a_\beta \beta_2^2}{0,35}$ (см. § 1.5). t – параметр Острайкера – Пиблза [80], a_β – величина, близкая к 0,5. Тогда $\beta_{2,cr}$, соответствующее критическому значению параметра $t_{cr} = 0,14$, оказывается равным $\approx 0,5$. Рассматриваемый тип слабонеустойчивых дрейфовых волн, следовательно, стабилизируется меньшим уровнем хаотических движений, чем требующийся для стабилизации бар-неустойчивости. Однако порядок величины параметра β_2 получается правильный.

Условием существования исследуемых волн является $\omega_\imath < m\Omega_\imath$. Угловая скорость вращения $\Omega_\imath$ уменьшается к краю диска и

$$\Omega_\imath(1) = \sqrt{\frac{15\pi}{32}} \simeq 1,21;\ Re\,\omega_\imath = 2,23 \approx m\Omega_\imath(1) = 2,42$$

следовательно, исследуемые волны плотности возбуждаются около круга коротации, находящегося вблизи границы диска. Более совершенный способ численного расчета, использованный в работе [46а] и уменьшивший ошибку в определении $\omega_\imath$, подтверждает этот вывод.

Полученный результат согласуется с данными по нелокальному исследованию слабонеустойчивых мод другими авторами (см. напр.,-

чер. [29,30]), а также с локальными оценками § 3.2.

§ 4.3. Энергия и момент медленных дрейфовых спиральных волн плотности

Неоднократно выше подчеркивались причины, по которым звездные спиральные волны плотности должны быть колебаниями с отрицательной энергией [24]. Цель настоящего параграфа - исследовать знак и численное значение энергии и проекции момента медленных дрейфовых волн плотности, следуя работе [117].

Энергию волны определим как интеграл по поверхности диска S от произведения возмущенной звездной плотности σ_m на среднее изменение (под действием возмущающего потенциала ψ_m') полной удельной энергии звезды δE, сложенного с плотностью энергии гравитационного поля волны E_g

$$E = \int_S (\sigma_m \delta E + E_g)\, dS \qquad (4.18)$$

Вычислим δE, используя усредненные по эпициклам уравнения для звездных орбит в случае медленных неосесимметричных возмущений в виде системы (1.3).

Изменение полной удельной, на единицу массы, энергии звезды будет складываться из изменений энергии хаотического и кругового движения под действием волны и потенциальной энергии взаимодействия звезды с волной, то есть [36]

$$\delta E = \frac{\delta(v_\perp^2)}{2} + \delta H \cdot \Omega - \psi_m' \qquad (4.19)$$

δH - изменение проекции удельного момента кругового движения, который при суммировании по всем звездам совпадает с моменти волн. Так как ψ_m' – редуцированный гравитационный потенциал, то вариации центробежной энергии нет.

Кинетическое уравнение для функции распределения $f = f(t, r, v_1)$ имеет вид (4.11). Линеаризуя его, получим для m -ой гармоники возмущенной функции распределения выражение (4.12), в котором

$$f_0 = \frac{n \exp(-v_1^2/c^2)}{\pi c^2 (1 - \exp(-v_1^2/c^2))}$$

– фоновая усеченная по скоростям максвелловская функция распределения.

Выразим σ_m, $\delta\left(\frac{v_1^2}{2}\right)$, δH через f_m, а, следовательно, через ψ_m. Очевидно, что

$$\sigma_m = M_S \cdot \int_0^{2\pi} d\alpha \cdot \int_0^{v_1} f_m v_1 dv_1,$$

$$\delta(v_1^2) = \frac{1}{n} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{v_1} v_1^2 f_m \cdot v_1 dv_1,$$

$$\delta(v_1) = \frac{1}{n} \int_0^{2\pi} d\alpha \cdot \int_0^{v_1} v_1 f_m \cdot v_1 dv_1,$$

где n – фоновая концентрация звезд.

$H = r^2 \cdot \dot{\varphi}$ по определению, а поэтому из второго уравнения системы (4.8):

$$\delta H = 2r\,\delta r\,\Omega + r\cdot\frac{\delta(v_1^2)}{\varkappa}\cdot b$$

δr можно найти из интеграла движения, который дает первое и третье уравнения системы (4.8), – $E' = \dfrac{v_1^2}{\varkappa}$;

$$\delta r = \frac{\delta(v_1)}{v_1 b}\quad ,\qquad b = \frac{1}{2}\,\frac{d\ln\varkappa}{dr}\,.$$

Известно [110], плотность гравитационной энергии волны

$$E_g = -\frac{1}{8\pi G}\left(\nabla\psi'_m\right)^2$$

Используя уравнение Пуассона и интегрируя по частям, получим:

$$-\int\limits_S\left(\sigma_m\psi'_m + \frac{1}{8\pi G}\left(\nabla\psi'_m\right)^2\right)dS = -\frac{1}{2}\int\limits_S\sigma_m\cdot\psi'_m\,dS$$

С учетом всех этих соотношений и того, что максимальная остаточная скорость $v_1 = v_{II} - v_I = v_I\left(\sqrt{2}-1\right) \approx 0{,}4\,v_I$ (v_{II}, v_I – вторая и первая космическая скорость в данной точке диска соответственно), найдем проекцию момента и энергию m-ой гармоники дрейфовой волны плотности:

$$M = \int\limits_0^R 4\pi^3 M_s\left|\psi_m\right|^2\left(\int\limits_0^{v_1}U(x,r)\,dx\right)\left\{\frac{rc^2}{\varkappa n}\,b\left[f_0(r,v_1)\cdot\frac{v_1^2}{c^2} - \frac{n}{\pi c^2} + \frac{\frac{dn}{dr}}{\pi c^2 b} - \frac{(m\Omega-\omega)}{\frac{mc^2 b}{\varkappa r}}\int\limits_0^{v_1}U(x,r)\,dx\right] + \frac{2\Omega r}{n\cdot b}\int\limits_0^{v_1}U(x,r)\,x^{1/2}\,dx\right\}r\,dr\,; \quad (4.20)$$

$$E = 2\pi^2 M_s\int\limits_0^R\left|\psi_m\right|^2\cdot\int\limits_0^{v_1}U(x,r)\,dx\left\{\frac{\pi c^2}{n}\left[f_0(r,v_1)\cdot\frac{v_1^2}{c^2} - \frac{n}{\pi c^2} + \right.\right.$$

$$+\frac{\frac{dn}{dr}}{2\pi c^2 b}-\frac{(m\Omega-\omega)}{\frac{mc^2}{\varkappa r}b}\int_0^{\sigma_1} U(x,r)\,dx+\ldots\Big\} r\,dr+\pi\int_0^R \sigma_m^*\,\delta H\,\Omega\, r\,dr \qquad (4.21)$$

Здесь

$$U(x,r)=\frac{\frac{mc^2}{\varkappa r}\varkappa b\frac{\partial f_0}{\partial x}+\frac{mc^2}{2\varkappa r}\frac{\partial f_0}{\partial r}}{m\Omega-\omega+\frac{mc^2}{\varkappa r}\varkappa b}, \qquad x=\frac{v_\perp^2}{c^2}.$$

Частота ω находилась из дисперсионного уравнения для данного вида волн, полученного в работе [114] и § 4.2.

Значение и знак проекции момента и энергии волны (см. выражения (4.20) и (4.21) были определены численно для модели диска Хантера [93, 97], угловая скорость и концентрация которого описываются уравнениями, соответственно, (4.17) и (4.16), если за единицы измерения выбрать угловую скорость на краю диска $[\Omega]=[(GM/R^3)^{1/2}]$ (M - масса диска), четверть средней поверхностной плотности $\frac{1}{4}[\sigma_{cp}]=\frac{1}{4}[M/\pi R^2]$ и граничную круговую скорость $[v_{кр}]=[(GM/R)^{1/2}]$.

В этих единицах E и H зависят только от одного параметра $\beta_2=c/[v_{кр}]$. При β_2, изменяющемся в интервале (0, 0,4) энергия и момент волны плотности остаются отрицательными (энергия с ростом β_2 уменьшается от -0.06 до -0.1, а проекция момента - от -0.028 до -0.04 при возмущенном потенциале Ψ_m, составляющем 5% от фонового), имея лишь небольшой максимум при дисперсии, при которой инкремент этих волн наибольший. Несколько завышенное значение энергии объясняется упрощенным учетом величины параболической скорости звезд и большими ошибками при расчете величины второго порядка малости.

Отрицательность энергии и момента волны означает, что они отбираются волной у звезд внутренней области диска и передаются звездам внешней части в зоне коротации [24].

Поскольку гравитирующие системы обладают отрицательной "теплоемкостью", звездный диск, отдавая энергию волне, "нагревается". Другими словами, энергия кругового движения переносится наружу с одновременным усилением хаотических движений во внутренних областях. По-видимому, это свидетельствует и в пользу неустойчивости рассматриваемых волн.

§ 4.4. Выводы

1. Получены интегральные уравнения для слабозакрученных неосесимметрических возмущений звездной плотности в квазиизотропном дифференциально вращающемся тонком диске в эпициклическом и дрейфовом приближениях. Развиты схемы учета в интегральном уравнении различных динамических факторов – радиальных осцилляций звезд, конечности размеров эпициклов (угловой асимметрии фонового распределения) и граничных условий.

2. Обсужден вопрос о частотах собственных колебаний, описываемых интегральным уравнением. Предложено нелокальное дисперсионное уравнение в форме аналога определителя Фредгольма. Оно содержит в себе глобальный параметр устойчивости, характеризующий "средний" уровень хаотических движений звезд диска. Связь этого параметра с параметром Острайкера-Пибблса устанавливается посредством теоремы вириала.

3. Результаты численного расчета частоты и инкремента медленной дрейфовой звездной плотности в хантеровском диске на основе нелокального дисперсионного соотношения соответствуют физике ее возбуждения около круга коротации, находящегося вблизи границы диска, где изменение скорости вращения максимально. Соотношение по порядку величины частоты и инкремента согласуются с данными по нелокальному исследованию слабонеустойчивых мод другими авторами, а также с локальными оценками. Рассмотренный тип волн стабилизируется при уровне хаотических движений меньше, чем тот, который требуется для стабилизации более быстрой [illegible]-неустойчивости. Так и должно быть. Важен получающийся пра-

вильный порядок величины параметра β_2.

4. Численно показано, что медленные дрейфовые волны звездной плотности в кеплеровском диске являются колебаниями с отрицательными энергией и проекцией углового момента. Это согласуется с тем, что гравитирующие системы обладают отрицательной "теплоемкостью", и указывает на возможную эволюционную роль волн звездной плотности (в принципе), заключающуюся в перераспределении энергии и углового момента в галактиках, хотя и зависит от шкалы динамической эволюции системы в поле этих волн.

Глава 5

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЗВЕЗДНЫХ ДИСКАХ

§ 5.1. Обобщенный критерий Тоомре устойчивости звездных дисков

Исследуем в общей форме вопросы устойчивости и эволюции спиральных возмущений. Прежде всего установим обобщенный предел устойчивости в смысле Тоомре по уровню хаотических скоростей, исходя из дисперсионного соотношения (3.2) [40], выведенного с использованием орбит (1.5) - (1.10) [31].

Еще более двух десятилетий назад Тоомре с помощью дисперсионного соотношения вида, аналогичного соотношению (1.22), было показано, что бесконечно тонкий звездный диск локально неустойчив относительно малых осесимметричных возмущений гравитационного потенциала и сопутствующих им возмущений фазовой плотности звезд, если радиальная дисперсия скоростей (хаотических) звезд c_r меньше некоторого предела [5]

$$c_{T1} = \frac{3{,}4\, G\sigma}{\varkappa}, \qquad (5.1)$$

где G - ньютоновская гравитационная постоянная, σ - невозмущенная поверхностная плотность, $\varkappa = 2\Omega\left(1 + \dfrac{r}{2\Omega}\dfrac{d\Omega}{dr}\right)^{1/2}$ - эпициклическая частота, r - галактоцентрическое расстояние, Ω - угловая скорость вращения диска. Вскоре [119, 120] обнаружилось, что неосесимметричные возмущения потенциала - истинно спиральные возмущения - в дифференциально вращающихся дисках усилизают, по сравнению с осесимметричными, величину вызываемого отклика стационарной поверхностной плотности. Значит для подавления неосесимметричных возмущений такого диска необходима дисперсия скоростей больше, определенной соотношением (5.1). Результаты работы [24] подтвердили этот вывод. Действительно, из дисперсионного уравнения (1.23) этой работы можно получить соотношение для критической дисперсии скоростей, необходимой для подавления неосесимметричных возмущений (хотя в цитируемой статье [24] подобный вывод не сделан)

$$c_r \geq c_{T2} = c_{T1}\left[1 + \left\{\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right\}\sin^2\delta\right]^{1/2} \qquad (5.2)$$

$\sin\delta = k_\varphi / k^*$, k_φ и k_r - радиальное и азимутальное волновые числа, $k^* = \sqrt{k_r^2 + k_\varphi^2}$. Так как $2\Omega/\varkappa > 1$ в дифференциально вращающихся системах, критическая дисперсия (5.2) больше предела (5.1). В статье [36] аналогичный результат получен и при гидродинамическом описании. В [43,51] в кинетическом описании способом, отличающимся от использованного в [24], не только найдена, но и уточнена критическая дисперсия (5.2) с учетом дестабилизирующего влияния неоднородности диска.

Целью данного исследования является получение в рамках асимптотической теории [16,17] критической дисперсии хаотических скоростей, необходимой для подавления неосесимметричных возмущений, с учетом конечности угла закрутки и поправок второго порядка в орбитах звезд - систематического из-за дифференциальности вращения дрейфа и осцилляций с удвоенной эпициклической частотой, а также анизотропии в распределении остаточных скоростей. Расчет проводится с помощью метода, развитого при исследовании колебаний плазмы в магнитном поле [46,64]. Орбиты звезд с учетом эффектов второго порядка применимы в отличие от использованных в [24,43,8I] траекторий первого порядка также в случае, когда параметры системы меняются заметно на размере кориолисова "кружка". Таким образом, полученный здесь критерий устойчивости будет применим в более значительной части звездной системы.

Возмущение функции распределения, найденное из линеаризованного бесстолкновительного уравнения Больцмана берется в виде (2.6′). В работах [43,8I] последним слагаемым в формуле (2.6′) пренебрегалось. Однако с ним, как показано ниже, связано относительное стабилизирующее влияние анизотропности распределения остаточных скоростей. Для вычисления интеграла, входящего в (2.6′), необходимо знание орбит звезд в невозмущенном состоянии. Используя траектории звезд диска с учетом постэпициклических поправок, которые найдены в работе [5I], получим соотношение (3.2) § 3.I.

Полагая функцию распределения равной $f_0 = (2\Omega n / \varkappa \pi c^2) \cdot \exp(-v_\perp^2/c^2)$, $c^2 = 2c_r^2$, c_r – дисперсия остаточных радиальных скоростей и удерживая в сумме по S слагаемые $|S| \leq$ I, считая ξ_1, ξ_2, $\xi_3 <$ I, приводим дисперсионное уравнение (3.2) к виду

$$\left(\frac{k^*}{4\pi G\sigma} - \frac{a_5 k^2 c^2}{\varkappa^4 r^2} - \frac{1}{8}\frac{k^4 c^2}{\varkappa^4}\right)\nu^3 + \left(-kB_1 - \frac{k^3 B c^2}{2\varkappa^2} + \frac{a_5 k^3 c^4}{\varkappa^4 r^2}(B_1 - 2B_2)\right)\nu^2 + \left(-\frac{k^*}{4\pi G\sigma} + \frac{k^2}{2\varkappa^2}\left(1 - B_3 + \frac{2a_5 c^2}{\varkappa^2 r^2}\right) - \frac{k^4 c^2}{8\varkappa^4}\left(1 - 2B_3 + \frac{12 a_5 c^2}{\varkappa^2 r^2}\right.\right. \times$$

$$\ldots(1-B_3) - 4B(B_1-2B_2)\varkappa^2 c^2\big]\Big)\nu + kB_1 - \frac{k^3 c^2}{2\varkappa^2}\times$$

$$\times\left[B_1 - B_2 + \frac{2a_5 c^2}{\varkappa^2 r^2}(B_1-2B_2)\right] = 0, \qquad (5.3)$$

где

$$B = \frac{\sin\beta}{2\Omega\varkappa}\, b,$$

$$B_1 = \frac{\sin\beta}{2\varkappa^2}\,\frac{d\ln\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\sigma\right)}{dr},$$

$$B_2 = \frac{\sin\beta}{2\varkappa^2}\,\frac{d\ln c^2}{dr},$$

$$B_3 = \frac{\varkappa^2}{4\Omega^2}\left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right]\sin^2\beta,$$

$$a_5 = \frac{1}{4}a_1^2\sin^2\beta + a_3^2\cos^2\beta, \quad \nu = \frac{m(\Omega_p-\Omega)}{\varkappa}$$

Из дисперсионного уравнения (5.3) видно, что дифференциальное вращение играет как дестабилизирующую роль из-за эллиптичности эпициклов (см. квадратную скобку в формуле (5.2)), так и оказывает относительное стабилизирующее воздействие (см. множитель ($\frac{2\Omega}{\varkappa}$) при σ в выражении B_1, а также выражение B_3). Относительное стабилизирующее воздействие дифференциального вращения отмечено в численных экспериментах [99]. Маргинальному условию соответствует равенство нулю дискриминанта кубического уравнения (5.3), что дает критическую дисперсию хаотических скоростей звезд, необходимую для подавления неустойчивости неосесимметричных возмущений потенциала диска с конечным, но малым углом закрутки

$$c_r \geq c_{T3} = c_{T2}(1+Z)\left(1-\frac{1}{2}B_3\right)\cdot\left\{1-\left(1-\frac{1}{2}B_3\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{1{,}5}{\varkappa^2 r^2}-\frac{0{,}25\sin^2\beta}{\Omega^2}\frac{d\ln\left(\frac{2\Omega\sigma}{\varkappa c^4}\right)}{dr}\frac{d\ln\varkappa}{dr}\right)c_{T2}^2\right\}, \quad (5.4)$$

здесь

$$Z=1{,}9\left[\frac{3{,}4G\sigma}{\varkappa^2}\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)\sin\delta\cdot\frac{d\ln\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\sigma\right)}{dr}\right]^{2/3},$$

$$\sin^2\beta=\frac{4\Omega^2}{\varkappa^2}\,\frac{\sin^2\delta}{A},$$

$$A=1+\left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2-1\right]\sin^2\delta,$$

$$B_3=1-1/A,$$

вместь меньше единицы при дифференциальном вращении. Из (5.4) в локально однородном приближении (Z = 0) и при пренебрежении дифференциальностью вращения получаем критерий Тоомре (5.1) в эпициклическом приближении. В то же время, пренебрегая влиянием неоднородности и эффектами второго порядка, связанными с учетом дополнительных слагаемых в траекториях звезд, а также полагая B_3 = 0, получаем критерий (5.2). Пренебрегая поправками второго порядка, то есть приравнивая выражение в фигурной скобке единице, и считая $B_3 = 0$, из (5.4) находим критерий, соответствующий приведенному в [43].

Из (5.4) видно, что осцилляции с удвоенной эпициклической частотой (см. слагаемое в фигурных скобках, пропорциональное $45/(\varkappa^2 r^2)$) оказывает стабилизирующее [50], а систематический дрейф частиц - дестабилизирующее влияние на устойчивость диска. Влияние дифференциальности вращения - двоякое, как отмечено в замечании после формулы (5.3). Поправки второго порядка существенны, как и предполагалось, в центральных областях звездных дисков, где размер орбиты сравним с размером кориолисова "кружка", то есть $\frac{\pi G \sigma}{\varkappa^2 r} \sim 1$. Из-за нелинейной зависимости фоновой функции распределения от дисперсии скоростей в первом порядке по параметру r_{cor}/L ($r_{cor} = c_{r1}/\varkappa$, L - характерный размер пространственной неоднородности) градиент дисперсии не входит в выражение для критической дисперсии.

Численные эксперименты [77, 86, 99, 101, 102], проведенные для изучения вопросов устойчивости и эволюции систем звезд, с моделями галактик, состоящих из большого числа гравитирующих частиц, в самом деле показали локальную неустойчивость звездных дисков, если первоначально дисперсия радиальных хаотических скоростей меньше предела (5.1). Однако в конечном квазистационарном состоянии моделей, достигаемом за 3-5 оборотов системы, дисперсия остаточных скоростей частиц в 2-3 раза больше, чем это следует из критерия (5.1), хотя в начальном состоянии задавалась дисперсия меньше. Проведенный выше в рамках асимптотической теории учет конечности угла закрутки и других факторов показывает, что неустойчивость крупномасштабных неаксиально-симметричных мод возможна в силу большого количества причин, к новым динамическим эффектом ведет учет тангенциальных сил в дифференциально вращающемся, пространственно неоднородном диске (факторы A, Z). Для слабозакрученных крупномасштабных спиральных узоров снижается редуцирующее влияние $\sin\delta$ в этих факторах с ростом угла δ. Однако к анализу бароподобных мод критерий (5.4) неприменим.

Бар-моды в галактиках с нормальной спиральной структурой можно считать подавленными массивным гало [60].

Критерий (5.4) указывает на возможную неустойчивость диска по отношению к неосесимметрическим возмущениям сдвиговой природы при высокой степени дифференциальности вращения. Существование такой неустойчивости в гидродинамическом приближении показано в работах [36,37] путем экстраполяции асимптотического решения на масштабы возмущений, превышающие критическую длину Тоомре ($\lambda_{cr} = \frac{4\pi^2 G\sigma}{\varkappa^2}$). Оказалось, что маржинальная кривая в плоскости (c_r, λ) изменяет свою параболическую форму с ростом численного значения параметра γ, аналогичного фактору A в нашем рассмотрении, становясь монотонно возрастающей функцией $Q(\lambda)$. Такой же эффект имеет место и для дисперсионного уравнения (5.3).

Вместе с рядом других исследователей [121] автор диссертации считает, что природа нормальных спиральных узоров галактик (в особенности Sa- и Sb-типов) может быть объяснена в рамках асимптотической (локальной) теории. Фундаментальная спиральная структура галактик Sa-, Sb- и Sc- типов является неустойчивыми гравитационно-звуковыми и дрейфовыми модами, локально описываемыми дисперсионным соотношением (3.2), либо (3.3) и различными их предельными случаями. (Стабилизация бар-моды не означает подавления спиральных возмущений вообще, как этого опасается автор работы [121]. Гало подавляет и азимутальные и радиальные силы гравитационного поля возмущений, но азимутальные, как более слабые, подавляются сильнее). Их динамика контролируется обобщенным критерием (5.4). По-видимому, в области существования тугозакрученных спиральных узоров значение C_r околокритическое. Инкремент пропорционален $\sqrt{C_{T3}^2 - C_r^2}$ для наиболее неустойчивых мод $kr_{cor} \simeq 1$ (как ясно из дисперсионного соотношения (1.21) и его обобщения в форме уравнения (3.2)), а реальная часть частоты волны определяется градиентом поверхностной плотности диска (как следует из дисперсионного соотношения (3.2) в области неустойчивости).

Фактор Z в критерии (5.4) для нашей Галактики равен 0,11 при $\delta = 10^{\circ}$ и 0,19 при $\delta = 20^{\circ}$, а фактор A, соответственно 1,04 и 1.19 [123]. Фактор Z для галактики M-33 равен 0,15, фактор $A = 1,19$ при $\delta = 31^{\circ}$ [124]. Следовательно, критическое значение обобщенного параметра Тоомре $Q_g = C_{T3} / C_{T1}$ может отличаться от единицы в области существования нормальных галактических спиралей и не очень заметно. Но этой "степени неустойчивости" достаточно для генерации спиральных мод гравитационно-звуковой (джинсовской) и, возможно, дрейфовой природы за время, равное нескольким оборотам диска. Дисперсия $C_{T3} > C_{T2} > C_{T1}$.

§ 5.2 О протяженности спирального узора

Уже подчеркивалось в предыдущей главе, что протяженность спирального узора, возбужденного вследствие неустойчивости, зависит от дифференциальности вращения, пространственной неоднородности, угловой асимметрии фазового распределения звезд в галактиках.

Связанные с ними эффекты меняют локальные дисперсионные свойства делая возможным распространение волн плотности там, где без них имеет место непропускание.

Критическая дисперсия (5.4) оказывается больше (5.1). Таким образом, обычно используемый в теории устойчивости параметр $Q = c_r / c_{T1}$ обязательно должен быть больше единицы. Известно, что при $Q > 1$ происходит стягивание спирального узора к резонансам Линдблада [125]. В окрестности Солнца, по-видимому, $Q > 1$ и существование глобальной спиральной структуры Галактики поэтому ставится под сомнение [125].

Покажем, что учет неосесимметричности возмущений и дифференциальности вращения меняет зависимость $\nu(k)$ по сравнению с изученной Тоомре, оставляя возможность существования глобального спирального узора при $Q > 1$. Пренебрегая градиентами плотности, дисперсии, дрейфом и поправками второго порядка в орбитах звезд, из (5.3) в случае неосесимметричных возмущений имеем дисперсионное соотношение, отличающееся от изученного Тоомре и Лином и Шу

$$\nu^2 = 1 - k' + \frac{1{,}17}{8} A(2-A) Q^2 k'^3 \qquad (5.5)$$

$k' = \frac{2\pi G\sigma}{\varkappa^2} k_*$. Дисперсионное уравнение (5.5) отличается от подобного соотношения в работе [16] множителем $A(2-A)$. Согласно (5.5) стягивание узора к резонансам начинается при $Q > [A(2-A)]^{-1/2}$, а не при $Q > 1$, величина $[A(2-A)]^{-1/2}$ больше единицы в дифференциально вращающихся галактиках. Таким образом, снимается определенная трудность в волновой теории туго закрученной спиральной структуры галактик.

При больших значениях параметра A, близких к 2, существование долговременной спиральной структуры в ее нормальном, регулярном виде также, по-видимому, невозможно из-за сильных неустойчивостей сдвиговой природы, о которых сказано в предыдущем параграфе.

Соотношение (5.5) показывает, что важен учет анизотропий распределения. Без такого учета уравнение (5.5) было бы предельным выражением дисперсионного соотношения (1.23) и имело бы вид:

$$\nu^2 = 1 - A\,k' + \frac{1{,}17}{8} A^2 k'^3 Q^2 \qquad (5.5')$$

При таком дисперсионном соотношении стягивание узора к резонансам начиналось бы при $Q > A^{1/2}$, а сдвиговые эффекты были бы сильно ослаблены даже при $A \to 2$.

§ 5.3. Квазилинейная теория

Возбуждение волн плотности вследствие некруговых и дрейфовых движений звезд определяется взаимодействием поля волны со звездами фона, на котором развертывается волновой процесс. Правильно, по-видимому, считать это взаимодействие квазилинейным, полагая, что оно связано лишь с медленным изменением распределения звезд фона, а колебания фазового распределения и гравитационного поля в системе остаются линейными. Квазилинейное рассмотрение является справедливым, пока амплитуда колебаний остается достаточно малой, чтобы оказываемое ими влияние на параметры среды было слабым, как это известно из физики плазмы [125-131].

Исследование обратного влияния малых колебаний в системе на фазовое распределение звезд является основной задачей кинетики возбуждения спиральных волн плотности.

Вопрос об изменении распределения хаотических скоростей звезд в динамически неустойчивой невращающейся системе звезд и межзвездного газа рассмотрены в работах [41,132-135].

Обобщение теории вопроса на случай вращающихся систем и спиральных возмущений предпринято в работах [28,134]. В этих работах не затрагивался вопрос об изменении в пространственном распределении звезд, что важно с точки зрения возможного изменения морфологического типа галактики [24]. Поэтому энергетическая эффективность волновых процессов в галактиках (см. также § 1.3) и оценка шкалы динамической эволюции в поле волн плотности требует специального исследования с более полным учетом кинематической и пространственной неоднородности звездных дисков галактик. Этому посвящены работы автора диссертации [71,72,74] для изотропного фона.

Для эффекта Черенкова (волны с малыми частотами) вторая задача рассмотрена в работе [72]. Для случая эффекта Допплера (волны высоких частот) она рассмотрена в работе [74]. Квазилинейный механизм обратного влияния колебаний при эффекте Допплера принципиально тот же, что и при эффекте Черенкова. Именно изменение фазового распределения звезд происходит вследствие дрейфа частиц в поле волны. Однако колебания гравитационного поля и фазовой плотности во втором случае имеют более сложный характер и вносят в процесс свою специфику.

В цитированных работах было показано, что медленное изменение среднего распределения описывается диффузионным уравнением. Диффузия возникает вследствие излучения и поглощения волн частицами, то есть вследствие взаимодействия на волнах плотности.

Баланс энергии волн и частиц оказывается следующим. Абсолютный рост энергии волн происходит за счет изменения энергии резонансных (движущихся со скоростью волны) частиц (либо за счет гравитационной энергии и относительного движения внешней по отношению к частица подсистемы). Энергия, теряемая или приобретаемая резонансными частицами, переходит в гравитационную энергию волны и кинетическую энергию нерезонансных частиц, сумма которых представляет механическую энергию волны. На амплитуду волны реагируют лишь резонансные звезды. Нерезонансные звезды реагируют лишь на изменение амплитуды волны со временем, то есть на неустойчивость в системе. Поэтому среднее фазовое распределение меняется лишь незначительно при слабой кинетической неустойчивости.

Более эффективным механизмом эволюции является турбулентная диффузия вследствие пульсаций звезд в изменяющемся поле спиральной волны плотности [87,I56].

Рассмотрим схему квазилинейной теории на примере расчета изменений в пространственном распределении звезд в дифференциально вращающейся галактике при ее неустойчивости в отношении целых неосесимметрических колебаний, следуя работе [74] автора диссертации.

Коллективный механизм таких изменений - дрейф частиц в поле волны. Кинетическое уравнение рассматриваемой системы - уравнение (I.I6). Удобно выделить в уравнении (I.I6) систематическое (линейное по полю) движение звезд в поле волны - их гравитационный дрейф. Эти дрейфы вычисляются методами, изложенными в подразделе I.I. Согласно изложенному там (см. систему (I.II - I.I4)) интересующие нас дрейфы имеют вид системы (4.3).

Обозначая остаточные скорости звезд с вычтенной из них дрейфовой скоростью снова через $v_\perp$, α, получим кинетическое уравнение для функции распределения f с выделенными дрейфовой скоростью звезд и скоростью гравитационного дрейфа:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\varkappa}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} f\right) + v_\perp \cos\alpha \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{1}{\varkappa}\frac{\partial \psi}{\partial r} f\right) +$$

$$+\left(\frac{v_1\sin\alpha}{r}+\Omega\right)\frac{\partial f}{\partial\varphi}+\frac{1}{v_1}\frac{\partial}{\partial v_1}\left(\frac{v_1^2}{2\varkappa}\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{d\ln\varkappa}{dr}f\right)+\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\cos\alpha+\frac{\sin\alpha}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}-\frac{r}{2}\frac{d\Omega}{dr}v_1\sin 2\alpha\right)\times$$

$$\times\frac{\partial f}{\partial v_1}+\left(-\frac{\partial\psi}{\partial r}\cdot\frac{\sin\alpha}{v_1}+\frac{\cos\alpha}{v_1 r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}-\frac{v_1\sin\alpha}{r}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}r\frac{d\Omega}{dr}\cos 2\alpha\right)\frac{\partial f}{\partial\alpha}-\varkappa\frac{\partial f}{\partial\alpha}=0 \qquad (5.6)$$

В уравнении (5.6) для удобства введен редуцированный гравитационный потенциал, то есть потенциал, из которого вычтена часть, скомпенсированная центробежной силой. Эта последняя поэтому выпадает из уравнений. Для редуцированного потенциала сохранено прежнее обозначение.

Уравнение (5.5) - основное для изучения динамики фазового распределения в звездной системе с возбужденными в ней несесимметричными малыми колебаниями произвольной частоты.

Функцию распределения и потенциал такой системы можно разложить в ряд Фурье по φ :

$$f=f_0+\sum_{m=1}^{\infty}\left(f_m e^{im\varphi}+f_{-m}e^{-im\varphi}\right),$$

$$\psi=\sum_{m=1}^{\infty}\left(\psi_m e^{im\varphi}+\psi_{-m}e^{-im\varphi}\right) \qquad (21)$$

Коэффициенты написанных разложений - функции (t, r, v_1, α,).

При разложении в ряд Фурье произведения двух функций f_1 и f_2 полезно следующее соотношение для компоненты Фурье их произведения:

$$(f_1 \cdot f_2)_m = \sum_{m'} f_{1,m-m'} \cdot f_{2,m'} + к.с. \qquad (5.7)$$

Умножаем каждый член уравнения (5.6) на $\frac{1}{2\pi} e^{-im\varphi}$ интегрируем в интервале $(0, 2\pi)$ с использованием соотношений (2.I) и (5.7). Тогда для Фурье-компоненты функции распределения f_m получается следующее выражение:

$$\frac{\partial f_m}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\varkappa}\sum_{m'} im'\left[\Psi_{m'} f_{m-m'} - \Psi_{-m'} f_{m+m'}\right]\right) +$$

$$+ v_\perp \cos\alpha \cdot \frac{\partial f_m}{\partial r} - \frac{im}{\varkappa r}\sum_{m'}\left[\frac{\partial \Psi_{m'}}{\partial r} f_{m-m'} + \frac{\partial \Psi_{-m'}}{\partial r} \cdot f_{m+m'}\right] +$$

$$+ \left(\frac{v_\perp \sin\alpha}{r} + \Omega\right) im f_m + \frac{1}{v_\perp}\frac{\partial}{\partial v_\perp}\left(\frac{v_\perp^2}{2\varkappa r} \times\right.$$

$$\left.\times \frac{d \ln \varkappa}{dr} \sum_{m'} im'\left[\Psi_{m'} f_{m-m'} - \Psi_{-m'} f_{m+m'}\right]\right) +$$

$$+ \cos\alpha \cdot \sum_{m'}\left[\frac{\partial \Psi_{m'}}{\partial r} \cdot \frac{\partial f_{m-m'}}{\partial v_\perp} + \frac{\partial \Psi_{-m'}}{\partial r} \cdot \frac{\partial f_{m+m'}}{\partial v_\perp}\right] +$$

$$+\frac{\sin\alpha}{r}\sum_{m'} im'\left[\psi_{m'}\frac{\partial f_{m-m'}}{\partial v_\perp}-\psi_{-m'}\frac{\partial f_{m+m'}}{\partial v_\perp}\right]-$$

$$-\frac{1}{2}r\frac{d\Omega}{dr}v_\perp\sin 2\alpha\frac{\partial f_m}{\partial v_\perp}-\frac{\sin\alpha}{v_\perp}\sum_{m'}\left[\frac{\partial\psi_{m'}}{\partial r}\cdot\frac{\partial f_{m-m'}}{\partial\alpha}+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial\psi_{-m'}}{\partial r}\cdot\frac{\partial f_{m+m'}}{\partial\alpha}\right]+\frac{\cos\alpha}{v_\perp\cdot r}\sum_{m'} im'\left[\psi_{m'}\frac{\partial f_{m-m'}}{\partial\alpha}-\psi_{-m'}\frac{\partial f_{m+m'}}{\partial\alpha}\right]$$

$$-\frac{v_\perp\sin\alpha}{r}\frac{\partial f_m}{\partial\alpha}-\frac{1}{2}r\frac{d\Omega}{dr}\cos 2\alpha\frac{\partial f_m}{\partial\alpha}-\varkappa\frac{\partial f_m}{\partial\alpha}=0 \qquad (5.8)$$

Суммирование по индексу m' ведется от 1 до ∞.

Кинетика эволюции фона описывается уравнением (5.6), усредненным по углам φ и α. Результат усреднения (5.6) по φ получим, полагая $m = 0$ в уравнении (5.8):

$$\frac{\partial f_0}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\varkappa}\sum_{m'} im'\left[\psi_{m'}f_{-m'}-\psi_{-m'}f_{m'}\right]\right)+$$

$$+v_\perp\cos\alpha\frac{\partial f_0}{\partial r}+\frac{1}{v_\perp}\frac{\partial}{\partial v_\perp}\left(\frac{v_\perp^2}{2\varkappa r}\frac{d\ln\varkappa}{dr}\sum_{m'} im'\times\right.$$

$$\left.\left[\psi_{m'}f_{-m'}-\psi_{-m'}f_{m'}\right]\right)+\cos\alpha\sum_{m'}\left[\frac{\partial\psi_{m'}}{\partial r}\cdot\frac{\partial f_{-m'}}{\partial v_\perp}+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial\psi_{-m'}}{\partial r}\cdot\frac{\partial f_{m'}}{\partial v_\perp}\right]+\frac{\sin\alpha}{r}\sum_{m'} im'\left[\psi_{m'}\frac{\partial f_{-m'}}{\partial v_\perp}-\right.$$

$$\left.\psi_{-m'}\frac{\partial f_{m'}}{\partial v_\perp}\right]-\frac{1}{2}r\frac{d\Omega}{dr}v_\perp\cdot\sin 2\alpha\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp}-\frac{\sin\alpha}{v_\perp}\times$$

$$\sum_{m'}\left[\frac{\partial\psi_{m'}}{\partial r}\cdot\frac{\partial f_{-m'}}{\partial\alpha}+\frac{\partial\psi_{-m'}}{\partial r}\cdot\frac{\partial f_{m'}}{\partial\alpha}\right]+\frac{\cos\alpha}{v_\perp r}\sum_{m'} i m'\left[\psi_{m'}\cdot\frac{\partial f_{-m'}}{\partial\alpha}-\psi_{-m'}\cdot\frac{\partial f_{m'}}{\partial\alpha}\right]-\frac{v_\perp\sin\alpha}{r}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial\alpha}-\frac{1}{2}r\frac{d\Omega}{dr}\cos 2\alpha\frac{\partial f_0}{\partial\alpha}-\varkappa\frac{\partial f_0}{\partial\alpha}=0 \quad (5.9)$$

Уравнения (5.9) следует решать разложением по степеням параметра неоднородности [32, 47, 60]. Тогда в нулевом приближении члены с $\frac{\partial f_0}{\partial r}$, $\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp}$, $\frac{\partial f_0}{\partial\alpha}$ (кроме входящего с коэффициентом $\varkappa$) можно опустить. Так будет выделен эффект дрейфов для локального изменения f_0 только. Усредняя по α, получим уравнение для изменения фоновой фазовой плотности ядра

$$\frac{\partial f_0}{\partial t}+\left\langle\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{\varkappa}\sum_{m'}2m'\,\mathrm{Im}\left(\psi^*_{m'}f_{m'}\right)\right]\right\rangle+$$

$$+\left\langle\frac{1}{v_\perp}\frac{\partial}{\partial v_\perp}\left[\frac{v_\perp^2 b}{\varkappa r}\sum_{m'}2m'\,\mathrm{Im}\left(\psi^*_{m'}f_{m'}\right)\right]\right\rangle+$$

$$+\left\langle\cos\alpha\cdot\sum_{m'}2\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial\psi^*_{m'}}{\partial r}\cdot\frac{\partial f_{m'}}{\partial v_\perp}\right)\right\rangle+\left\langle\frac{\sin\alpha}{r}\sum_{m'}2m'\times\right.$$

$$\left.\times\mathrm{Im}\left(\psi^*_{m'}\cdot\frac{\partial f_{m'}}{\partial v_\perp}\right)\right\rangle-\left\langle\frac{\sin\alpha}{v_\perp}\sum_{m'}2\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial\psi^*_{m'}}{\partial r}\cdot\frac{\partial f_{m'}}{\partial\alpha}\right)\right\rangle+$$

$$+\left\langle\frac{\cos\alpha}{v_\perp r}\sum_{m'}2m'\,\mathrm{Im}\left(\psi^*_{m'}\cdot\frac{\partial f_{m'}}{\partial\alpha}\right)\right\rangle=0 \qquad (5.10)$$

Угловые скобки обозначают усреднение по α. Im, Re обозначают мнимую и действительную части стоящего после них произведения, соответственно. Знак $*$ обозначает комплексное сопряжение. $b = \frac{1}{2}\frac{d\ln\varkappa}{dr}$. Для дальнейших суждений относительно характера эволюции фоновой фазовой плотности необходимо знание явных выражений для колебаний функции распределения.

Колебания функции фазовой плотности определяется, как и в разделе 2.2., методом интегрирования по траекториям. f_m определяется формулой (3.15) для изотропного фона.

Уравнения (5.10) и (3.15) при известной спектральной интенсивности колебаний $|\psi_m|^2$ полностью решают задачу об изменении фонового распределения звезд с возбужденными в системе колебаниями.

Подставим (3.15) в (5.10) и усредним по α, то есть вычислим интегралы вида $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(\ldots)\,d\alpha$. Видим, что, например

$$\langle \mathrm{Im}(\psi_m^* f_m)\rangle = m|\psi_m|^2\cdot\left\{\left(\frac{1}{\varkappa r}\frac{\partial\langle f_0\rangle}{\partial r} + \frac{v_\perp}{\varkappa r}\, b\,\frac{\partial\langle f_0\rangle}{\partial v_\perp}\right)\cdot \mathrm{Im}\sum_s \frac{J_s^2(\xi)}{\omega - m\Omega - \frac{m v_\perp^2}{\varkappa r} b - s\varkappa} + \frac{1}{v_\perp}\frac{\partial\langle f_0\rangle}{\partial v_\perp}\,\mathrm{Im}\sum_s \frac{(s\varkappa/m)\, J_s^2(\xi)}{\omega - m\Omega - \frac{m v_\perp^2}{\varkappa r} b - s\varkappa}\right\}, \quad (5.11)$$

где $\xi = \frac{k v_\perp}{\varkappa}$ – то же, что и в соотношении (3.3). Мы не будем вычислять другие средние в уравнении (5.10), так как дальнейшее его исследование не входит в нашу задачу. Ограничимся его качественным исследованием.

Уравнение (5.10) описывает квазилинейные процессы обмена энергией, моментом между частицами фона, а также изменения в их пространственном распределении (посредством возбуждаемых волн).

Среди звезд, как отмечено выше, следует различать два кинематических их типа – резонансные и нерезонансные. Резонансные звезды имеют скорости, близкие к фазовой скорости волны. Прочие звезды образуют класс нерезонансных.

При неустойчивости распределения звезд, связанной с явлением фазового резонанса коротации, описанной в §§ 3.2. и 4.2. резонансные звезды, в целом, приобретают энергию и момент и возбуждают волны плотности отрицательной энергии. При этом их распределения меняется определенным образом за счет перераспределения энергии и момента между ними посредством волн плотности. Это изменение необратимо. Нерезонансные звезды отдают в поле волны определенную кинетическую энергию и момент своего кругового движения. Изменяется также и их фазовое распределение, хотя и обратимым образом [36]. Ситуация в линдбладовских резонансах неоднозначна [24].

Остановимся на изменениях в пространственном распределении звезд.

Согласно соотношению (5.11), уравнение (5.10) примет вид

$$\frac{\partial \langle f_0 \rangle}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Big\{\frac{1}{\varkappa}\sum_{m',s}\frac{2m'^2}{\varkappa r}\left|\Psi_{m'}\right|^2 \cdot J_s^2(\xi)\times$$

$$\cdot \operatorname{Im}\Big(\omega - m'\Omega - \frac{m' v_\perp^2}{\varkappa r}b - s\varkappa\Big)^{-1}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial r}\Big\} + \ldots \qquad (5.12)$$

Опущенные члены уравнения (5.12) содержат члены с перекрестными производными по r и $v_\perp$, со второй производной по $v_\perp$ и так далее.

Уравнения (5.12) диффузионного типа с коэффициентом диффузии $\mathcal{D}$ вида (с точностью до усреднения по скоростям)

$$\mathcal{D} = -2 \sum_{m',s} \frac{m'^2}{\varkappa^2 r^2} \left| \psi_{m'} \right|^2 \cdot J_s^2(\xi) \times$$

$$\times \operatorname{Im} \left(\omega - m'\Omega - \frac{m' v_t^2}{\varkappa r} b - s\varkappa \right)^{-1}, \qquad (5.13)$$

$$\operatorname{Im} (\omega - \ldots)^{-1} = -\frac{\omega_i}{(\omega_r - \ldots)^2 + \omega_i^2} - \pi \operatorname{sign} \omega_i \, \delta(\omega_r - \ldots),$$

ω_i и ω_r – мнимая и реальная часть частоты волны соответственно [238]. $\delta(\omega_r - \ldots)$ обозначает дельта-функцию.

При отрицательности коэффициента диффузии $\mathcal{D}$ уравнение (5.12) описывает пространственное уплотнение частиц, при положительности – напротив, расплывание в пространстве. Первая ситуация имеет место в области внутреннего линдбладовского резонанса, вторая – в области резонанса коротации и внешнего линдбладовского резонанса, например.

Можно следующим способом оценить коэффициент диффузии $\mathcal{D}$. Так как $\frac{1}{\varkappa r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = 2 c_r (\sin \delta)(\sigma_m / \sigma)$

и $$\mathcal{D} \approx 2 \left| \frac{1}{\varkappa r} \frac{\partial \psi_m}{\partial \varphi} \right|^2 \cdot \frac{\omega_i}{(\omega_r - \ldots)^2},$$

то $$\mathcal{D} \simeq 8 c_r^2 (\sin^2 \delta) \left(\frac{\sigma_m}{\sigma} \right)^2 \frac{\omega_i}{(\omega_r - \ldots)^2}.$$

Здесь c_r – дисперсия (5.1), δ – угол закрутки, σ_m – возмущение фоновой плотности σ. Время эволюции фонового распределения в области размером $\mathcal{L}$ отсюда

$$t \sim \mathcal{L}^2 \mathcal{D}^{-1} \approx \frac{\mathcal{L}^2 (\omega_2 - \ldots)^2}{8 c_T^2 (\sin^2 \delta) \cdot \left(\frac{\delta m}{\sigma}\right)^2 \omega_i}$$

Как и следовало ожидать, время эволюции фона в системе в целом оказывается порядка нескольких или десятков оборотов лишь для "бароподобных" крупномасштабных возмущений с высоким контрастом плотности и большим (сравнимым со временем оборота диска) инкрементом.

Нормальные спиральные узоры могут поддерживаться лишь локальными неустойчивостями [34,35,37,38,74,121], так как для них шкала глобальной динамической эволюции оказывается крайне большой. Наша оценка и вывод согласуются с результатами работы [137] по оценке времени перераспределения углового момента системы посредством волн плотности.

§ 5.4. Динамические проявления фундаментальной спиральной структуры

Как неоднократно подчеркивалось, динамический подход в волновой теории спиральной структуры предполагает, что спиральные волны плотности возбуждаются и поддерживаются вследствие гравитационной неустойчивости звездного диска галактик. Цель параграфа – показать соответствие совокупности данных наблюдений спиральной структуры галактик различного морфологического типа динамическому подходу.

Фундаментальная волновая спиральная структура галактик (вариации гравитационного поля, плотности и скорости, обусловленные ею) разносторонне себя проявляет. Видимый спиральный узор – лишь внешнее выражение присутствия фундаментальной спиральной структуры, которая разносторонне связана с общими морфологическими и динамическими свойствами галактик.

Попытка найти связь теоретически рассчитанных параметров спиральной структуры галактик (угла закрутки и относительной скорости спирального узора) с их морфологическими особенностями была сделана в работе [138]. Оказалось, что распределение выбранных 25 галактик по этим параметрам удовлетворительно коррелирует с классами светимости галактик и их морфологическим типом по Хабблу. Хотя сами параметры спиральной структуры определялись отношениями массы диска M и радиуса половинной массы $R_{0,5M}$ к радиусу коротации R_c – M/R_c и $R_{0,5M}/R_c$, то есть в сущности распределением массы без учета гало. Правда, все теоретически рассчитанные углы закрутки оказались в 1,5 – 2 раза меньше наблюдаемых. Это указывает на неопределенность нуль-пункта корреляционных полос, связанную с неполнотой учета всех структурных и кинематических параметров моделей галактик.

Сегодняшнее развитие представлений о коллективном гравитационном взаимодействии и спиральных волнах плотности в галактиках подсказывает возможность многомерного динамического базиса Хаббловской классификации галактик со спиральной структурой, если связывать спиральные волны плотности с гравитационной неустойчивостью системы [57,121]. Гравитационная устойчивость звездного диска зависит от (1) особенностей распределения массы, (2) углового момента и (3) уровня энергии хаотических движений. Этими особенностями нужно объяснять и хаббловский тип, исходя из того, что степень закрученности спиральных ветвей изменяется вдоль хаббловской последовательности: питч угол растет к поздним типам [139].

Во-первых, измерения кривых вращения для галактик с нормальной спиральной структурой, выполненные в последнее время [140-...] показали наличие протяженных плато. Это дает решающий довод в пользу существования у галактик гало. В предположении сфери-ческого распределения динамической массы авторы работ [140-14 показали, что отношение массы к светимости падает к поздним хаб-бловским типам. Для Sa-типа оно равно 6, для Sb-типа - 4 и для Sc-типа - 2.6. По-видимому, масса гало убывает по на-правлению к поздним хаббловским типам. Хотя разделить динами-ческий вклад гало и активного диска, по-видимому, трудно и ти-пы интегрального распределения масс в галактиках не коррелиру-ют четко с их морфологическим типом, светимостью, плотностью и размером оптической части галактик [144].

Во-вторых, надежно установлено также, что максимальная скорость вращения V_m падает вдоль хаббловской последователь-ности [140]. Учитывая обратную зависимость углового момента от V_m [145] можно сказать, хаббловская классификация - классифи-кация по возрастающему к поздним типам угловому моменту. Соот-ветственно, устойчивость галактик по отношению к развитию спи-ральных волн плотности снижается, и степень развитости спираль-ных ветвей растет. И действительно, автор работы [139] получил обратную зависимость между углом закрутки и максимальной ско-ростью вращения галактик. Гало - внешний, по отношению к диску, стабилизирующий фактор. В- третьих, внутренним стабилизирующим фактором являются хаотические движения, уровень которых фикси-руется в численном значении параметра Тоомре.

Чем сильнее развита спиральная структура, тем более нерав-новесны фоновые параметры диска: дисперсия относительно мала в области существования спирального узора, масса гало невели-ка, распределение углового момента неравновесно. Это соответ-ствует наблюдениям.

Важный вывод получен в работе [146] из анализа кривых вращ ния 54 галактик:

а) в 9 из 21 галактики, не имеющих бар или спутник, но проявляющих сильное дифференциальное вращение, отсутствует правильная, регулярная спиральная структура, между тем как в 10 галактиках она проявляется и обрывается в области, где кривая вращения выходит на плато (нетвердотельное вращение);

б) среди 33 оставшихся галактик глобальная спиральная структура проявляется и в области дифференциального вращения, однако 25 среди этих галактик имеет бар, а остальные 8 близких спутников.

Интересный вывод сделан в работе [147]: оказывается отношения радиуса твердотельного вращения R_t к размеру R_s области, содержащей отчетливо прослеживаемые на фотографиях спиральные ветви R_t / R_s систематически растет вдоль последовательности морфологических типов от Sa к Sc галактикам. Во почти во всех, примерно 80, рассмотренных случаях в спиральных галактиках $R_t < R_s$. Нужно отметить также, что среди галактик, в которых наблюдается спад кривой вращения после прохождения максимума на больших R, практически нет одиночных объектов.

Очень примечательное динамическое проявление фундаментальной спиральной структуры - ее воздействие на движение звезд и газа, подтверждаемое наблюдениями в нашей Галактике [145-156], во внешних галактиках [157-165]. Если видимый спиральный узор может быть интерпретирован не только в рамках волновой теории, то существование неосесимметричного поля скоростей звезд и газа можно объяснить лишь в рамках этой теории. В частности, найденное в работе [161] по наблюдаемому полю скоростей HI в галактике М81 радиальное распределение величины хаотических скоростей нейтрального водорода соответствует сказанному в предыдущих абзацах.

число Тоомре равно 2 в центре галактики М-51, затем понижается до значения меньше критического в области существования спирального узора, затем снова растет с радиусом до значения равного 2.

Еще одним и, пожалуй самым наглядным проявлением волновой природы спиральной структуры служит обнаружение градиента возрастов поперек спирального рукава в нашей Галактике в рукаве Стрельца-Киля, найденного по данным о распределении здесь цефеид разных периодов [164], по данным о сверхгигантах и зонах HII в нашей Галактике [165], в М-51 [166], в комплексах звездообразования в галактике М-33 [167].

Есть также указания, что в галактиках М-33 и М-101 реализуется, по крайней мере, два типа спиральных мод [31]. Надежное подтверждение этого факта также важно для одного из выводов динамического подхода - разнообразия типов спиральных мод.

Фундаментальная спиральная структура как неустойчивая волна звездной плотности должна простираться за пределы круга коротации, если фоновые параметры докритические. Это, по-видимому, и наблюдается в галактиках М-33 и М-101. В галактике М-51 [161] спиральный узор обрывается, не доходя радиуса коротации. Однако в ней, хотя в области существования спирального узора, как показано, число Тоомре и имеет докритическое значение, вне ее оно велико, больше 2. Галактика М-51 - раннего хаббловского типа (Sab), а М-33 и М-101 относятся к Sc -типу. Типы неустойчивых мод в галактиках Sa - и Sc - типа могут быть различны. Выше отмечено, что в галактиках М-33 и М-31 их может быть по меньшей мере два. Следовательно, представление о фундаментальной спиральной структуре как неустойчивых волнах звездной плотности вполне правдоподобно.

Таким образом, совокупность наблюдательных данных удовлетворительно согласуется с концепцией динамического подхода, развитого в работе, свидетельствуя о его реальности. Детальные исслечественные сопоставления выводов и соотношений, получаемых в динамическом подходе, могут быть сделаны без всяких привнесений в интерпретацию ненаблюдаемых параметров волновой теории (как это делалось до недавнего времени например, многими авторами в отношении угловой скорости спирального узора). Для этого нужны детальные наблюдения поля скоростей во внешних галактиках и особенностей их структуры. Указанной зависимости гравитационной устойчивости звездных дисков от распределения массы и углового момента, а также от уровня энергии хаотических движений звезд отвечает наличие трех динамических параметров: отношение массы гало к массе диска, степень дифференциальности вращения и число Тоомре. Эти три параметра оказываются тесно связанными для тугозакрученных (нормальных) спиральных возмущений. Примером является обобщенный критерий Тоомре. Однако для слабозакрученных баровидобных крупномасштабных спиральных возмущений, выделяющих свой динамический класс галактик, найти в явной форме связь названных параметров трудно [163-169].

§ 5.5. Выводы

1. Устойчивость и эволюция спиральных возмущений в звездных дисках зависит от численного значения динамических параметров, характеризующих распределение массы(критическая длина Тоомре $\lambda_{cr} = \frac{4\pi^2 G\sigma}{\varkappa^2} \approx R \cdot \frac{M}{M_t}$,где R - радиус диска, M - масса диска, M_t - суммарная масса диска и балдж-гало системы,если последняя имеется), удельного углового момента $\left(\left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right]\right.$ в параметре A),а также уровень энергии хаотических движений звезд по отношению к критической дисперсии.

2. Найден обобщенный критерий устойчивости в смысле Тоомре по отношению к неосесимметрическим возмущениям звездной плотности, учитывающий конечность угла закрутки спирального узора,анизотропию фонового распределения остаточныx скоростей звезд и поправки второго порядка (включая осцилляции с удвоенной динамической частотой и систематический дрейф) в их орбитах.Постэпициклические поправки в орбитах звезд регуляризируют значение критической радиальной дисперсии во внутренних областях диска.Критическая дисперсия во внешних частях диска оказывается больше,найденной Тоомре.

3. Обобщенный критерий устойчивости в смысле Тоомре контролирует динамику фундаментальной спиральной структуры галактик Sa- , Sb- , Sc - типов морфологической последовательности Хаббла.

4. Повышение уровня критической дисперсии способствует существованию глобального спирального узора,делая "прозрачной" для волны плотности большую часть диска (предотвращая стягивание

спирального узора к линдбладовским резонансам).

5. Как показало квазилинейное рассмотрение, шкала глобальной динамической эволюции в поле волн плотности с тугой закруткой спирального узора оказывается крайне большой в масштабе периода вращения диска. Нормальные спиральные узоры галактик могут, поэтому, поддерживаться лишь локальными неустойчивостями - гравитационно-звуковой, дрейфово-эпициклической и, в отдельных случаях, сдвиговой из-за дифференциального вращения (если $\lambda > \lambda_{cr}$).

6. Совокупность наблюдательных данных удовлетворительно согласуется с концепцией динамического подхода, развитой в данной работе.

Заключение

Диссертация посвящена проблемам, интерес к которым сохраняется уже много лет [39-41, 44, 101, 162]. Она подвела итог пятнадцатилетних исследований автора диссертации.

Волны звездной плотности рассмотрены в связи с гравитационной (динамической) устойчивостью галактик. Учтены динамические и кинематические следствия дифференциального вращения и пространственной неоднородности плоских составляющих галактик.

В согласии с наиболее распространенной точкой зрения считалось, что спиральное распределение звезд является коллективной модой, которая возникает, существует и поддерживается в звездном диске. Хотя взаимодействие звезд и межзвездной среды не рассматривалось, подразумевалось, что именно фундаментальное спиральное распределение звезд является первопричиной многочисленных динамических проявлений (§ 5.4).

В диссертации рассмотрены относительно слабые неустойчивости спиральных волн плотности с энергетической эффективностью, не превышающей энергии хаотических некруговых движений звезд. Считалось, что именно они ответственны за возбуждение и поддержание нормальной спиральной структуры в галактиках, устойчивых в целом в масштабе динамической шкалы. Это позволило также применить и более простой локальный подход для их анализа. Сильные, разрушительные для системы неустойчивости не рассматривались, как не имеющие, по-видимому, отношения к объяснению такого стабильного и перманентного феномена, каким является нормальная спиральная структура и некоторые формы ее сочетание с баровподобными фрагментами у ряда галактик [[illegible], [illegible], [illegible]].

Подобно случаю слабонеустойчивой плазмы [[illegible], [illegible]], состояние диска с возбужденным нормальным спиральным узором в целом является почти стационарным. Слабая неустойчивость в одних частях диска компенсируется затуханием в других. Так что средний по системе инкремент спиральных возмущений мал, хотя локальный инкремент и может быть заметным. Численные расчеты инкремента и локальные [43] и для моды в целом [36, [illegible]] подтверждают это. Такой взгляд на динамическую природу спирального узора нормального типа позволяет, как известно, построить его детальную картину [37, 38] в асимптотическом приближении.

В диссертации в рамках бесстолкновительной звездной динамики построена обобщенная локальная теория спиральных возмущений в звездных дисках, учитывающая эффекты конечного угла закрутки, анизотропию и угловую асимметрию распределения остаточных скоростей звезд, эффекты второго порядка в их орбитах. В этой теории математически реализованы идеи, высказанные автором диссертации в работах [32, 33, [illegible]2, 76, 82].

Физика обмена энергией и угловым моментом между спиральной волной и звездами фона в процессе развития неустойчивости в значительной степени определяется тем, что гравитирующие системы обладают отрицательной "теплоемкостью", а сами волны плотности имеют отрицательные плотность энергии и проекцию углового момента в значительной части диска. Вытекающие из этих обстоятельств общие транспортные свойства спиральных волн плотности, резонансное взаимодействие их с фоном, а также гидродинамическое их взаимодействие между собой (ветвление, динамика трансформация) неоднократно отмечались в ходе изложения. Требования к физическим параметрам, отражающие физическую суть используемых приближений, изложены в главах 2 и 3.

В рамках динамического подхода спиральный узор – результат суперпозиции отдельных неустойчивых мод. Близость "длин" волн и частот – фактор, способствующий суперпозиции. Он лежит также в основе механизма **усиления** спиральных мод посредством передачи энергии и углового момента наружным частям диска [24,35,37]. Вынос углового момента приводит к более легкой раскачке спиральных волн вследствие усиливающихся некруговых движений звезд. Это ясно интуитивно.

Динамические основы и механизмы возбуждения и поддержания звездных спиральных волн плотности – основной предмет диссертации. В частности показано, что дрейфовые эффекты усиливают неустойчивость спиральных возмущений в зависимости от степени дифференциальности вращения и пространственной неоднородности распределения звезд диска.

Дисперсионные свойства звездных дисков таковы (см. дисперсионные соотношения (1.22) и (3.2)), что длины волн и частоты различных мод оказываются близки в областях коротационного и внутреннего линдбладовского резонансов. Далее, из диаграммы маргинальной устойчивости, построенной в работе [5] и ее аналогов следует, что по мере приближения уровня энергии хаотических движений звезд диска к критическому область неустойчивых длин волн сужается так, что волновое число близко обратному значению радиуса Кориолисова кружка. Суперпозиция таких волн особенно эффективна в области коротации.Эта область оказывается первостепенной важности,если только дисперсия меньше критической (в смысле Тоомре).

Если энергия хаотических движений мала,то неустойчивость охватывает все более короткие масштабы возмущений.Существенными для динамики спиральной структуры могут оказаться и внутренние области системы в отсутствие массивного гало.Возможно образование баровидных структур.Их природа только начинает исследоваться [121,168].

Если энергия хаотических движений велика,то неустойчивости с $\lambda < \lambda_{cr} = 4\pi^2 G\sigma/\varkappa^2$ полностью подавлены.Возможно развитие неустойчивости в масштабах с $\lambda > \lambda_{cr}$,способной противостоять разрушающему воздействию дисперсии скоростей, - например,сдвиговой природы из-за дифференциального вращения [119,120,168,169].

Связь крупномасштабных неустойчивостей с регулярной спиральной структурой бар-типа остается неясной.Исследованию таких неустойчивостей посвящена глава 4 диссертации.Вероятно, они могут стать основой для интерпретации результатов некоторых численных экспериментов со звездными дисками.Из теории колебаний известно также,что короткоживущие баровидные образования,типа отмеченных в численных экспериментах, возникают и просто вследствие суперпозиции большого количества слабонеустойчивых возмущений с близкими частотами и длинами волн.Вообще следует быть готовым признать многообразие физических процессов,формирующих и поддерживающих спиральные особенности в галактиках.

Еще раз следует подчеркнуть,что результаты диссертации показывает возможность интерпретации нормальной спиральной структуры галактик, ее фундаментальной основы в виде волн звездной плотности в рамках асимптотического (локального) подхода. Из найденного обобщенного критерия в смысле Тоомре вытекает возможность эффективной генерации спиральных мод гравитационно-звуковой природы, их усиления сдвиговыми и дрейфовыми эффектами. В пользу усиливающего действия сдвиговых и дрейфовых эффектов, проявления азимутальных сил свидетельствует различие угла закрутки и степени выраженности спирального узора в галактиках Sa-, Sb- и Sc-типа.

Попытки воспроизвести спиральные узоры галактик, основываясь на волновой теории, требуют выбора моделей (галактик). И действительно, галактики могут быть классифицированы на основе распределения массы. Например, по соотношению масс диска и гало – на нормальные и бар-галактики. В уже цитированной работе [144] обнаружено, что основные типы интегрального распределения масс не четко коррелируют с хаббловскими типами, во всяком случае для нормальных спиральных галактик. Следовательно, внутри этого класса значимо не только распределение массы, но играют свою роль и такие факторы, как дисперсия остаточных скоростей, распределение углового момента. Динамический базис галактик оказывается, таким образом, многомерным по определяющим параметрам (см. § 5.4 и выводы к гл.5).

Роль нормальной спиральной структуры в общей динамической эволюции галактик, общая схема которой хорошо исследована [172], оказывается довольно скромной. Так как такая спиральная структура – лишь малое возмущение на общем осесимметричном квазистационарном фоне галактик,то ее вклад в процессы перено-ся за время порядка периода вращения галактики,хотя и приводит к быстрым локальным обратимым изменениям в диске.Систематические изменения,происходящие в диске вследствие воздействия спиральных возмущений на больших интервалах времени имеют многие черты сходства с общими эффектами от случайных процессов в квазистационарных системах [[illegible]],но в другом временном масштабе.Предельные,асимптотические тенденции в изменении состояния близки к предсказанным Л.Э.Гуревичем [[illegible]] и К.Ф.Огородниковым [49].

Более конкретно результаты и выводы диссертации сформулированы во введении и заключительных параграфах каждой из глав. Здесь они не повторяются.

Связь спиральной структуры галактик с их внутренней динамической неустойчивостью по отношению к неосесимметрическим возмущениям несомненна. Динамический подход - надежная теоретическая основа для интерпретации данных радио- и оптических наблюдений галактик,своеобразие процессов звездообразования и особенности движения звезд и газа в которых определяются пространственно-временными масштабами волнового процесса. Количественные и качественные сопоставления выводов и соотношений, получаемых в динамическом подходе,с детальными наблюдениями полей скоростей и комплексов звездообразования во внешних галактиках,особенностей их структуры - путь к построению их единой классификации.

Сама теория волн плотности также нуждается в дальнейшем развитии. Требуется последовательно включить в нее взаимодейст-вие с газом [illegible] времени. Очевидно, роль газа [illegible] мирования и поддержания спиральной структуры галактик более активна, чем это принято считать. Для полного и корректного исследования структуры и эволюции галактик требуется комплексный учет их динамических, морфологических и популяционных свойств. Спиральная структура придает звездообразованию черты общегалактического процесса и, обратно, может поддерживаться им. Существенными для эволюции галактик являются сильные внутренние гравитационные неустойчивости, подобные тем, которые замечены в численных экспериментах. Выяснение природы таких неустойчивостей, количественная теория таких возмущений важны с точки зрения объяснения структуры некоторых подтипов бар-галактик и галактик с хлопьевидной спиральной структурой.

Автор глубоко признателен за помощь в работе Е.И.Званниковой, Л.С.Марочнику и .Х.Сахибову.

ЛИТЕРАТУРА

I. Антонов В.А., Замечания к проблеме устойчивости в звездной динамике."Астрон. журн.", 1960, т.37, вып.5, с.918-926.

2. Simon R. Sur l'instabilité gravitationelle. "Bull.cl.Sci.Acad. Roy.Belg.", Ser.5, 1961, v.47, No.7, p.731-738.

3. Lynden-Bell D. The stability and vibrations of a gas of stars. "Monthly Not. Roy. Astron. Soc.", 1962, v.124, No.4, p.279-296.

4. Sweet P.A. Cooperative phenomena in stellar dynamics. "Monthly Not. Roy. Astron. Soc.", 1963, v.125, No.3, p. 285

5. Toomre A. On the gravitational stability of a disk of stars. "Astrophys. J.", 1964, v.139, No.4 , p. 1217 - 1238.

6. Марочник Л.С., Бесстолкновительная гидродинамика в неинерциальных системах отсчета. "Астрон.журн.", 1964, т.4I, № 2, с.264-273.

7. Лебедев В.И., Максумов М.Н., Марочник Л.С. Коллективные процессы в гравитирующих системах.I. "Астрон.журн.", 1965, т.42, с.709-717.

8. Максумов М.Н., Марочник Л.С. Критическая длина волны в бесстолкновительных гравитирующих системах. "Докл.АН СССР", 1965, т.164, с 1019-1021.

9. Марочник Л.С. Об одном классе квазиинтегралов в звездной динамике. "Астрон.журн.", 1966, Т.43, № 3, с.560-566.

10. Марочник Л.С. К гидродинамике вращающихся звездных систем. "Астрон.журн.", 1966, т.43, № 5, с.919-927.

11. Lee E.P. Suppression of the Jeans instability in collisionless media. "Astrophys.J.", 1967, v.148, No.1,p.185-191.

12. Марочник Л.С. , Птицына Н.Г. Гравитационная устойчивость вращающихся анизотропных звездных систем. "Астрон. ж.", 1968, т.45, № 3, с.516-527.

13. Wu C.-S. Stability of density waves in a self-gravitating stellar system with uniform rotation. "Phys. Fluids", 1968, v.11, No.3, p.545-556.

14. Бисноватый-Коган Г.С., Зельдович Я.Б., Сагдеев Р.З., Фридман А.М. Теория гравитационной устойчивости вращающегося цилиндра. "Журн. прикл. мех. и техн. физ. (ПМТФ)", 1969, № 3, с. 3-11.

15. Lin C.C., Shu F.H. On the spiral structure of disk galaxies. "Astrophys. J.", 1964, v.140, No.2, p.646-655.

16. Lin C.C., Shu F.H. On the spiral structure of disk galaxies. II. Outline of a theory of density waves. "Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)", 1966, v.55, No.2, p.229-234.

17. Lin C.C., Yuan C., Shu F.H. On the spiral structure of disk galaxies. III. Comparison with observations. "Astrophys.J.", 1969, v.155, No.3, p.721-746.

18. The Spiral Structure of Our Galaxy (IAU Symposium No.38 Ed. by W.Becker and G.Contopoulos). D.Reidel Publ. Comp. Dordrecht - Holland. 1970.

19. La dynamique des galaxies spirales. Coll. Intern. Centre Nat. Rech. Scien. 16-20 sept. 1974. Ed. du CNRS, Paris,1975.

20. Shu F.H. On the density wave theory of galactic spirals. I. Spiral Structure as a normal mode of oscillation. "Astrophys. J.", 1970, v.160, No.I, p.89-97.

21. Shu F.H. On the density wave theory of galactic spirals. II. The propagation of the density of wave action. "Astrophys.J.", 1970, v.160, No.1, p.99-112.

22. Yuan C. Application of the density wave theory to the spiral structure of the Milky Way system. I, II. "Astrophys. J.", 1969, v.158, No.3 , p.871-888, 889-898.

23. Mayor M. Possible influence of the spiral galactic structure on the local distributions of residual stellar velocities. "Astr. Astrophys.", 1970, v.6, No.1, p.60-66.

24. Lynden-Bell D., Kalnajs A.J. On the generating mechanism of spiral structure. "Monthly Not. Roy. Astron. Soc.", 1972, v.157, No.1, p.1-30.

25. Lynden-Bell D., Ostriker G.P. On the stability of differentially rotating bodies. "Monthly Not. Roy. Astron. Soc.", 1967, v.136, No.3, p.293-310.

26. Toomre A. Group velocity of spiral waves in galactic disks. "Astrophys.J.", 1969, v.158, No.3, p.899-912.

27. Марочник Л.С., Сучков А.А. О спиральной структуре галактик.I. "Астрон. ж.", 1969, т.46, № 2, с.319-327.

28. Марочник Л.С., Сучков А.А. О спиральной структуре галактик. II. "Астрон. ж.", 1969, т.46, №3, с.524-533.

29. Kalnajs A.J. Small amplitude density waves on a flat galaxy. В кн. [18] , p.318-322.

30. Hunter C. Self-gravitating gaseous disks. "Ann. Rev. Fluid Mech.", 1972, v.4, p.219-242.

31. Kalnajs A.J. Dynamics of flat galaxies. "Astrophys.J.", 1971, v.166, No.2, p.275-293.

32. Максумов М.Н. Дрейфовая неустойчивость в дифференциально вращающейся осесимметричной звездной системе". "Бюлл. Ин-та астрофиз. АН Тадж. ССР", 1974, № 64, с.3-15.

33. Maksumov M.N. On the possible role of the stellar drift motions for the dynamics and structure of differentially rotating stellar systems. "Galaxies and Relativistic Astrophys." Proc. 1st Eur. Astron. Meet., Athens, 1972, Vol.3", Berlin e.a., 1974, p.120-127.

34. Mark J.W.-K. On density waves in galaxies.III. Wave amplification by stimulated emission. "Astrophys.J.", 1976, v.205, No.2, p.363-378.

35. Mark J.W.-K. On the density waves in galaxies. IV. Wave amplification through processes that remove angular momentum from galactic disks. "Astrophys. J.", 1976 v .206, No.2, p.418-434.

36. Lau Y.Y., Bertin G. Discrete spiral modes, spiral waves, and the local dispersion relationship. "Astrophys. J.", 1978, v.226, No.2, p.508-520.

37. Lin C.C., Lau Y.Y. Density wave theory of spiral structure of galaxies. "Studies in Applied Mathematics", 1979, v.60, p.p.97-163.

38. Bertin G. On the Density Wave Theory for Normal Spiral Galaxies."Physics Reports. (Review Section of Physical Letters)", 1980, v.61, No.1, p.p.1-69.

39. Динамика дифференциально вращающихся галактик (отчет). Инв. № Б-926607. I2 марта I981 г. Ин-т астрофиз.. АН Тадж ССР Максумов М.Н. Душанбе. I980 26 стр.

40. Исследования по структуре и динамике звездных систем (отчет). Инв. № 0286.0014660. Ин-т астрофизики АН Тадж.ССР. Максумов М.Н. Душанбе. 1985. 43 стр.

41. Марочник Л.С., Сучков А.А. Галактика. М.: "Наука", Гл.ред. физ.-мат. лит-ры, 1984.

42. Lindblad B. On the possibility of a quasi-stationary spiral structure in galaxies. "Stockholm. Obs. Ann.", 1963, B.22, No.5, 20 p.p.

43. Морозов А.Г. Об устойчивости неоднородного звездного диска. "Астрон. ж.", 1980, т.57, вып.4, 681-686.

44. Отчет о деятельности Академии наук Таджикской ССР за 1976 г. Душанбе: Дониш, (1977), стр.12.

45. Линдблад Б. Динамика Галактики. В кн. "Строение звездных систем". Пер. с англ. ИЛ, 1962, с.39-132. (B.Lindblad. Hdb. d. Phys., 53, 21, 1959).

46. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей, т.2. Неустойчивости неоднородной плазмы. М.: Атомиздат, 1971, 1977.

47. Кролл Н. Дрейфовые волны. В кн.: "Физика высокотемпературной плазмы". М.: Мир, 1972, стр.112-171.

48. Поляченко В.Л., Фридман А.М. Равновесие и устойчивость гравитирующих систем. М.: "Наука". Гл. редакция физ.-мат. лит-ры, 1976.

49. Огородников К.Ф. Динамика звездных систем. М.: Физматгиз, 1958.

50. Гривнев Е.М., Ивашникова К.И., Максумов М.Н. Устойчивость и структура звездного диска Галактики. - В тезисах докладов конференции "Структура галактик и звездообразование". Киев, 1983, с.10-11.

51. Иванникова Б.И., Максумов М.Н. Орбиты звезд в дифференциально вращающихся дисковых галактиках. "Докл. АН Тадж.ССР", 1965, т.25, № 11, с.631-634.

52. Максумов М.Н. О характере распределения пекулярных скоростей в дифференциально вращающихся звездных системах. "Астрон. ж.", 1970, т.47, с.665-671.

53. Hunter C. Stellar hydrodynamics of thin disk galaxies. "Astrophys. J.", 1979, v.227, No.1, p.p.73-92.

54. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., "Наука", 1974.

55. Рольфс К. Лекции по теории волн плотности. М., "Мир", 1980.

56. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М., Физматгиз, 1958,с.55.

57. Максумов М.Н. К динамике слабонестационарной эволюции бесстолкновительных звездных систем. В сб. "Динамика галактик и звездных скоплений". Алма-Ата: изд-во "Наука" Каз.ССР, 1973, с.88-93.

58. Vandervoort P.O. The equilibrium of rapidly rotating galaxies. "Astrophys.J.", 1967, v.147, No.1, 91-111; 1970, v.161, No.1,p.67-86; Density waves in a highly flattened, rapidly rotating galaxy. "Astrophys. J.", 1970, v.161, No.1, p.87-102.

59. Максумов М.Н. Устойчивость системы самогравитирующих частиц с неизотропной функцией распределения случайных скоростей по отношению к неосесимметрическим возмущениям. "Докл. АН Тадж.ССР", 1970, т.13, № 2,с. 15-16.

60. Церковников Ю.А. Устойчивость плазмы в сильном магнитном поле."Журн. эксперим. и теорет. физ. (ЖЭТФ)", 1957, т.32, № 1, с.67

61. Рудаков Л.И., Сагдеев Р.З. Колебания неоднородной плазмы в магнитном поле. "ЖЭТФ", 1959, т.37, № 5, с. 1337

62. Рудаков Л.И., Сагдеев Р.З. О неустойчивости неоднородной разреженной плазмы в сильном магнитном поле. "Докл. АН СССР", 1961, т. 138, № 3, с.581

63. Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З. Устойчивость плазмы. "Успехи физ. наук", 1961, т. 73, № 4, с.701

64. Rosenbluth M.N., Krall N.A., Rostoker N. Finite Larmor radius stabilization of weakly unstable confined plasmas. "Nuclear Fusion", 1962, v.2, Suppl., Part 1, p.143-150.

65. Кадомцев Б.Б., Тимофеев А.В.. Дрейфовая неустойчивость неоднородной плазмы в магнитном поле. "Докл. АН СССР", 1962, т.146, № 3, с.581

66. Галеев А.А., Моисеев С.С., Сагдеев Р.З. Теория устойчивости неоднородной плазмы и аномальная диффузия. "Атомная энергия" 1963, т.15, № 6, с.451

67. Михайловский А.Б. Колебания неоднородной плазмы. В кн. "Вопросы теории плазмы", вып.3, М., Атомиздат, 1963, с.141-202.

68. Михайловская Л.В., Михайловский А.Б. О дрейфовой неустойчивости в плотной плазме. "ЖЭТФ", 1963, т.45, № 5, с.1566.

69. Рухадзе А.А., Силин В.П. Метод геометрической оптики в электродинамике неоднородной плазмы. "Успехи физич. наук", 1964, т.82, № 3, с.499

70. Максумов М.Н., Мищуров Ю.Н. Дрейфовые волны плотности в осесимметричной дифференциально вращающейся дисковой галактике."Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР", 1974, № 64, с.16-21.

71. Максумов М.Н. Энергетическая эффективность волновых процессов в галактиках."Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР", 1974, № 64, с.36-40.

72. Максумов М.Н. Влияние дрейфовых волн плотности на фазовое распределение звезд. "Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж ССР", 1974, № 64, с.22-28.

73. Паренаго П.П. Курс звездной астрономии. Изд. 3-е. М., ГИТТЛ, 1954.

74. Максумов М.Н. О кинетике возбуждения дрейфовых волн плотности при Допплер-эффекте. Ротапр. Душанбе, изд."Дониш", 1974, 20 стр. "Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж.ССР", 1976, № 66-67, с.3-13.

75. Максумов М.Н. Дрейфово-вращательная гравитационная неустойчивость в галактиках. "Докл. АН Тадж.ССР", 1982, т.25, № 12, с.720-723.

76. Максумов М.Н. Связь динамической специфики спиральных волн плотности с геометрией их узора. В кн. "Динамика галактик и звездных скоплений" Изд. "Наука" Каз.ССР, Алма-Ата, 1973, с.167-171.

77. Hohl F. Effect of halo component on bar-formation in disk galaxies. (В кн. [19] настоящего списка, с.53-63.)

78. Шафранов В.Д. Электромагнитные волны в плазме. В сб. "Вопросы теории плазмы. Под ред. М.А.Леонтовича. Вып.3". М., Госатомиздат, 1963, с.3-140.

79. Александров А.Ф., Богданович Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М.,"Высшая школа", 1978, 408 стр.

80. Ostriker J.P., Peebles P.J.E. A numerical study of the stability of flattened galaxies: or, can could galaxies survive? "Astrophys. J.", 1973, v.186, No.2, p.467-480.

81. Морозов А.Г. О соотношении масс гало и диска в Галактике. "Астрон. ж.", 1981, т.58, вып.4, с.734-742.

82. Максумов М.Н. Дифференциальные эффекты в пекулярных движениях звезд.и динамика дифференциально вращающихся галактик. Ротапринт. Душанбе, Изд-во "Дониш", 1974, 22 стр.

83. Марочник Л.С., Птицына Н.Г. О возможной причине происхождения кольцевой структуры в дисковых галактиках и вероятном характере спиральной и кольцевой структур вблизи центров этих галактик. "Астрон.ж.", 1969, т.46, № 4, с.762-774.

84. Максумов М.Н. Динамические проявления угловой асимметрии звездных движений в галактиках. "Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж. ССР", 1982, № 71, с.3-8.

85. Максумов М.Н. Некоторые вопросы гравитационной неустойчивости дифференциально вращающихся галактик. "Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж. ССР", 1980, № 69-70, с.3-8.

86. Hohl F. N-body simulations of disks. In: "Dynamics of Stellar Systems.(IAU Symposium No.69). Ed. A.Hayli. Dordrecht-Holland / Boston-U.S.A., 1975, p.349-366.

87. Арцимович Л.А., Сагдеев Р.З. Физика плазмы для физиков. М., Атомиздат, 1979.

88. Бисноватый-Коган Г.С., Михайловский А.Б. Градиентные неустойчивости в системе гравитирующих точечных масс. "Астрон. журн.", 1973, т.50, вып.2, с.312-319.

89. Harris E.G. Unstable plasma oscillations in a magnetic field. "Phys. Rev. Lett.", 1959, v.2, p.34-36;; Plasma instabilities associated with anisotropic velocity distributions. "J. Nucl. Energy", Pt.C, 1961, v.2, p.138-145.

90. Тимофеев А.В. Раскачка ионных звуковых колебаний в анизотропной плазме. "Журн. эксперим. и теорет. физ.", 1960, т.39, с.397

91. Поляченко В.Л. Устойчивость бесстолкновительных гравитирующих систем. Автореферат докторской диссертации, Л., 1985, 25 стр.

92. Максумов М.Н., Марочник Л.С. Коллективные процессы в гравитирующих системах . II. "Астрон. журн.", 1965, т.42, вып.6, с.1261-1269.

93. Hunter C. The structure and stability of self-gravitating disks. "Monthly Not. Roy. Astron. Soc.", 1963, v.126, No.4, p.299-315.

94. Yabushita Sh. Stability analysis of Saturn's rings with differential rotation. - II. "Monthly Not. Roy. Astron. Soc.", 1969, v.142, No.2, p.201-212.

95. Yabushita Sh. Spiral Structure of disk galaxies as non-axisymmetric pertubations. "Monthly Not. Roy. Astron. Soc.", 1969, v.143, No.3, p.231-244.

96. Bardeen J.M. Global instabilities of disks. In: "Dynamics of Stellar Systems" (IAU Symposium No.69). Ed. A.Hayli. Dordrecht-Holland / Boston-U;S;A., 1975, p.297-320.

97. Iye M. Global gravitational instability of disk galaxies. "Publ.Astron.Soc.Japan", 1978, v.30, No.2, p.223-251.

98. Takahara F. Global gravitational instability of gaseous disks. "Publ. Astron. Soc. Japan", 1978, v.30, No.2, p.253-277.

99. Чалов С.В. Об устойчивости звездных галактических дисков с дифференциальным вращением. "Астрон. ж.", 1982, т.59, вып. 6, с.1061-1068.

100. Ambastha Ash., Varma R.K. Global stability of disk-bulge systems: Spiral structure of disk galaxies. "J. Astrophys. Astr.", 1982, v.3, No.2, p.125-144.

101. Miller R.H. Validity of disk galaxy simulations. "J.Comput. Phys.", 1976, v.21, p.400-437.

102. Berman R., Brownrigg D., Hockney R. Numerical models of galaxies. - I. The variability of spiral structure. "Monthly Not. Roy. Astron. Soc.", 1978, v.185, p.861-875.

103. Krall N.A., Rosenbluth M.N. Low-frequency stability of non-uniform plasmas. "Phys. Fluids", 1963, v.6, No.2, p.254-265.

104. Hoh F.C. Complex Wentzel-Kramers-Brillouin method, local approximations and low-density universal instability. "Phys. Fluids", 1965, v.8, No.9, p.1741-1743.

105. Pearlstein L.D. Remarks on an exact solution of a universal instability. "Phys. Fluids", 1965, v.8, No.9, p.1743-1745.

106. Krall N.A., Rosenbluth M.N. Trapping instabilities in a slightly inhomogeneous plasma. "Phys. Fluids", 1962, v.5, No.11, p.1435-1446.

107. Kalnajs A.J. The equilibria and oscillation of a family of uniformly rotating stellar disks. Astrophys. J", 1972, v.175, No.1, p.63-76.

108. Иваненко Д.Д., Соколов А.А. Классическая теория поля. М.-Л., Гостехиздат, 1949.

109. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т. IУ, ч.I, изд. 6-е. М., "Наука", Гл. редакция физ.-мат. лит-ры, 197 , §§ II, 48.

110. Ловитт У.В. Линейные интегральные уравнения. Пер. с англ., изд. 2-е. М., Физматгиз, 1957.

111. Diament P. Summation of series for cyclotron harmonic wave dispersion. "Phys. Fluids", 1967, v.10, p.470-4 .

112. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Неск. ... изд. М.: Физматгиз, 1963, 1973, 700 стр.

113. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. Изд. 2-е. М., "Наука", Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1965, 520 стр.

114. Литвинцев С.И., Максумов М.Н. Секторные волны плотности в модельном звездном диске. "Докл. АН Тадж.ССР", 198 , т.25, № 10, с.593-596.

115. Рудаков Л.И., Сагдеев Р.З. О квазигидродинамическом описании разреженной плазмы, находящейся в магнитном поле. В кн. "Физика плазмы и проблема ядерных управляемых реакций. Т.III". М., Изд-во АН СССР, 1958, с.268-277.

116. Волков Т.Ф. Гидродинамическое описание сильно разреженной плазмы. В сб. "Вопросы теории плазмы", вып.4. М., Атомиздат, 1964, с.3-19.

116а. Литвинцев С.И. Устойчивость и динамика одного модельного звездного диска. "Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж. ССР", 1985, № 76, с.6-12.

117. Иванникова Е.И., Литвинцев С.И., Максумов М.Н. Энергия и момент медленных дрейфовых спиральных волн плотности. "Докл. АН Тадж. ССР", 1982, т.25, № 11, с.655-658.

118. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Изд. 6-е. М., Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, "Наука", 1973, с.433.

119. Goldreich P., Lynden-Bell D. Spiral arm as sheared gravitational instabilities. "Monthly Not. Roy. Astron. Soc.", 1965, v.130, p.125-158.

120. Julian W., Toomre A. Non axisymmetric responces of differentially rotating disks of stars. "Astrophys.J.", 1966, v.146, No.3, p.810-830.

121. Lin C.C., Bertin G. Galactic dynamics and gravitational plasmas. "Advances in Applied Mechanics", 1984, v.24, p.155-187.

122. Miller R.H. On the stability of disklike galaxies in massive halos. "Astrophys. J.", 1978, v.224, No.1, p.32-38.

123. Куликовский П.Г. Звездная астрономия . М., Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1978, §30.

124. Courtes G., Carranza G., Georgelin Y., Monnet G., Pourcelot A. Interferometric study of ionized hydrogen in M 33. New kinematical and physical data. "Annales d'Astrophysique", 1968, v.31, p.63-100.

125. Toomre A. Theories of spiral structure. "Ann. Rev. Astron. Aph.", 1977, v.15, p.437-478.

I26. Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З. Нелинейные колебания разреженной плазмы (I). "Nuclear Fusion", 1961, v.1, p.82-100.

I27. Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З. Квазилинейная теория колебаний плазмы. "Nuclear Fusion", 1962, Suppl., Pt.2, p.465-475.

I28. Шапиро В.Д., Шевченко В.И. К нелинейной теории взаимодействия пучков заряженных частиц с плазмой в магнитном поле. "Журн. эксперим. и теор. физ.", I962, т.42, вып.6, с.I5I5

I29. Drummond W.E., Pines D. Non-linear stability of plasma oscillations. "Nuclear Fusion", 1962, Suppl., Pt.3, p.1049-1057.

I30. Сагдеев Р.З. Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме. В кн.: "Вопросы теории плазмы", вып. 4, М., Атомиздат, I964, с.20-80.

I3I. Галеев А.А., Сагдеев Р.З. Нелинейная теория плазмы. В кн.: "Вопросы теории плазмы", вып.7, М., Атомиздат, I973, с.3-I45.

I32. Марочник Л.С.К теории релаксации звездных систем без звездно-звездных сближений . III-У. "Бюлл. Ин-та астрофизики АН Тадж. ССР", I968, № 5I-52, с.24-56.

I33. Марочник Л.С. О термодинамической необратимости и релаксации в галактиках. "Астрон. ж.", I970, т.47, № I, с.46-55.

I34. Марочник Л.С. О релаксации звезд плоских подсистем Галактики на спиральной структуре. "Астрофизика", I969, т.5, № 3, с.487-496.

I35. Максумов М.Н. К вопросу об эволюции начальных возмущений в звездной системе. "Бюлл. Ин-та астрофиз. АН Тадж. ССР", I974, № 64, с.29-35.

I36. Галеев А.А., Сагдеев Р.З. Методы теории слабой турбулентности плазмы. В кн.: "Основы физики плазмы. В 2-х томах, том I", М., Энергоиздат, I983, с.590-638.

137. Bertin G. On the dynamical evolution of spiral galaxies. "Astron. Astrophys.", 1983, v.127, No.1, p.145-148.

138. Roberts W.W., Roberts M.S., Shu F.H. Density wave theory and the classification of spiral galaxies. "Astrophys.J.", 1975, v.196, p.381-405.

139. Kennicutt R.C. The shapes of spiral arms along the Habble sequence. "Astron.J.", 1981, v.86, p.1847-1858.

140. Rubin V. Systematics of HII rotation curves.."Internal kinematics and dynamics of galaxies. IAU Symp. No.100", ed. Athanassoula G., Dordrecht D. Reidel Publ.Co., 1983, p.3-10.

141. Rubin V.C., Ford W.K.Jr.,Thonnard N., Burstein D. Rotational properties of 23 Sb galaxies. "Astrophys.J.", 1982, v.261, p.439-456.

142. Rubin V.C., Ford W.K.Jr.,Thonnard N. Rotational properties of 21 Sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 (R = 4 kpc) to NGC 2885 (R = 122 kpc). "Astrophys.J.", 1980, v.238, p.471-487.

143. Rubin V.C., Ford W.K.Jr.,Thonnard N. Extended rotation curves of high-luminosity spiral galaxies.IV. Systematic dynamical properties, Sa - Sc. "Astrophys.J.", 1978, p. L107-L111.

144. Burstein D., Rubin V.C. The distribution of mass in spiral galaxies. "Astrophys.J.", 1985, v.297, p.423-435.

145. Brosche P. Rotation and type of galaxies. "Astron. and Astrophys.", 1971, v.13, No.2, p.203

146. Kormendy J., Norman C.A. Observational constraints on driving mechanisms for spiral density waves. "Astrophys. J.", 1979, v.223, p.539-552.

147. Засов А.В., Кязумов Г.А. Кривые вращения нормальных галактик. "Астрон. ж.", 1983. т.60, с.656-665.

148. Rohlfs K. The local linearized velocity field in spiral density wave. "Astron. and Astrophys.", 1972, v.17, p.246-252.

149. Creze M., Mennessier M. An attempt to interpret the mean properties of the velocity field of young stars in terms of Lin's theory of spiral waves. "Astron. and Astrophys.", 1973, v.27, No.2, p.281-289.

150. Burton W.B., Bania T.M. A kinematic investigation of Galactic structure. "Astron. and Astrophys.", 1974, v.33, p.425-442.

151. Мишуров Ю.Н., Павловская Е.Д., Сучков А.А. Определение параметров спиральной структуры Галактики по кинематике звезд. "Астрон. ж.", 1979, т.56, с.268-278.

152. Мишуров Ю.Н., Павловская Е.Д., Сучков А.А. Определение параметров спиральной структуры Галактики по движению звезд. Астрон. циркуляр, № 967, с.1-2.

153. Byl J., Ovenden W.W. Some numerical experiments concerning the determination of the general velocity field of the

Galaxy from proper motions. "Monthly Notices R.A.S.", 1981, v.196, p.659-668.

154. Byl J., Ovenden M.W. On the kinematics of O and B stars. "Astrophys. J.", 1978, v.225, p.496-513.

155. Берман В.Г., Мишуров Ю.Н. Определение параметров спиральной структуры Галактики по кинематике звезд. Нелинейное описание. " Письма в Астрон. ж.", 1981, т. 7, с.590-593.

156. Павловская Е.Д., Сучков А.А. Кинематика звезд и спиральная структура Галактики. "Письма в Астрон. ж.", 1978, т. 4, с.450-453.

157. Павловская Е.Д., Сучков А.А. Исследование точности оценок параметров спиральной структуры Галактики методом численных экспериментов . "Астрон. журнал", 1980, т. 57, с. 280-286.

158. Rots A.H. Distribution and kinematics of neutral hydrogen in the spiral galaxy M 81. "Astron. and Astrophys.", 1975, v.45, p.43-55.

159. Visser H.C.D. The dynamics of the spiral galaxy M 81. "Astron. and Astrophys.", 1980, v.88, p.149-174.

160. Gottesman S.T., Weliachew L. A high-resolution neutral-hydrogen study of the galaxy M 81. "Astrophys. J.", 1975, v.195, p.23-45.

161. Сахибов Ф.Х., Смирнов М.А. Анализ пекулярных скоростей нейтрального водорода HI в спиральной галактике M 81. "Астрон. ж.", 1986, (в печати).

162. Берман В.Г., Мишуров Ю.Н. Спиральная структура и движение газа в М 51. "Астрон. ж.", 1982, т.59, с.1055-1061.
163. Marcelin M., Boulesteix J., Georgelin Y. The velocity field of the ionized gas in NGC 2903. "Astron. and Astrophys.", 1983, v.128, p.140-147.
164. Ефремов Ю.Н., Иванов Г.Р. Звезды высокой светимости и структура спирального рукава в туманности Андромеды. "Письма в Астрон. ж.", 1981, т.7, с.259-264.
165. Гривнев Е.М. Спиральная структура Галактики и кинематика НII-областей. "Письма в Астрон. ж.", 1981, т.7, с.543-546.
166. Ефремов Ю.Н. Цефеиды и структура спирального рукава в туманности Андромеды. "Письма в Астрон. ж.", 1980, т.6, с.275-281.
167. Смирнов М.А., Сахибов Ф.Х. Новый метод исследования спиральной структуры галактик на примере М 33. "Докл. АН Тадж. ССР", 1981, т.24, с.723-727.
168. Toomre A. What amplifies the spirals? "The Structure and Evolution of Normal Galaxies". (S.M.Fall and D.Lynden-Bell, eds.). London and New-York, Cambridge Univ. Press, 1981, p.111-136.
169. Athanassoula E. The spiral structure of galaxies. "Physics Reports", 1984, v.114, Nos.5-6, p.319-403.
170. Кадомцев Б.Б. Турбулентность плазмы. В кн.: "Вопросы теории плазмы". Вып.4. М., Атомиздат, 1964, с.188-339.
171. Mark J.W.-K. On density waves in galaxies. V. Maintenance of spiral structure and discrete spiral modes. "Astrophys. J.", 1977, v.212, No.3, p.645-658.

172. Гуревич Л.Э., Чернин А.Д. Введение в космогонию. М., Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1978, 384 стр.

173. Боголюбов Н.Н. О стохастических процессах в динамических системах. "Физика элементарных частиц и атомного ядра" (ЭЧАЯ), 1978, т.9, вып.4, с.501-579.

174. Агекян Т.А. Эволюция вращающихся систем гравитирующих тел. "Астрон. ж.", 1958, т.35, вып.I, с.26-36.

175. Гуревич Л.Э. Эволюция звездных систем. В кн. "Вопросы космогонии", т.II. М., Изд-во АН СССР, 1954, с.150-260.