Доклады Академии наук Таджикской ССР,
1987. Том XXX, № 12.

УДК 524.3/.4+524.6 **АСТРОФИЗИКА**

Е. И. ИВАННИКОВА, М. Н. МАКСУМОВ

ОБОБЩЕННЫЙ ЛОКАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНЫХ ТОНКИХ ЗВЕЗДНЫХ ДИСКОВ

(Представлено академиком АН Таджикской ССР О. В. Добровольским 14 VII 1987)

Получение критерия устойчивости в смысле Тоомре [1], который бы учитывал изменчивость всех локальных параметров звездных дисков и тем самым отвечал на вопрос, какие из них ответственны за рост спиральных возмущений, — цель данной работы. Представленный здесь в рамках асимптотической теории [2] критерий дает значение критической дисперсии хаотических скоростей, необходимой для подавления слабо неустойчивых неосесимметричных возмущений в пространственно и кинематически неоднородном тонком звездном диске, с учетом конечности угла закрутки и поправок второго порядка в орбитах звезд — систематического дрейфа и осцилляций с удвоенной эпициклической частотой, а также анизотропии в распределении остаточных скоростей. Эти орбиты применимы в отличие от использованных в [3] траекторий первого порядка и в случае, когда параметры системы меняются заметно на размере кориолисова «кружка». Таким образом, полученный здесь критерий будет применим в более значительной части звездной системы и не будет подвержен сильным ограничениям применимости эпициклического приближения [4].

Возмущение функции распределения, найденное из линеаризованного бесстолкновительного уравнения Больцмана, есть [5]

$$f_m = -2\Psi_m \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} - \left\{ 2i(\omega - m\Omega)\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + i\,\frac{2\Omega m}{\varkappa^2 r}\,\frac{\partial f_0}{\partial r} \right\} \times$$

$$\times \int\limits_{-\infty}^{0} \Psi'_m\, dt' - \frac{im\left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right]\varkappa}{2\Omega r}\,\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp}\int\limits_{-\infty}^{0} \sin\alpha \cdot \Psi'_m\, dt', \tag{1}$$

$f_m, \Psi_m \sim \exp\{i(m\varphi + k_r r - \omega t)\}$ — возмущения функции распределения и потенциала соответственно, f_0 — фоновая функция распределения, остальные обозначения, как в статье [6].

В работе [3] последним слагаемым пренебрегалось. Однако с ним, как показано ниже, связано относительное стабилизирующее влияние анизотропности распределения остаточных скоростей. Используя траектории звезд диска с учетом постэпициклических поправок, найденные в работе [6], и асимптотическое решение уравнения Пуассона при тугой закрутке [2], получим обобщенное локальное дисперсионное соотношение:

$$k^* = -4\pi^2 G M_s \frac{\varkappa}{2\Omega}\int\limits_0^{\infty}\left\{ \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \left[(\omega - m\Omega)\,\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2} + \frac{k\cdot\sin\beta}{2\varkappa}\,\frac{\partial f_0}{\partial r}\right] \times\right.$$

$$\times J_0^2(\xi_1)\cdot J_0^2(\xi_2)\cdot\sum_{s=-\infty}^{\infty}\frac{J_s^2(\xi_3)}{m\Omega-\omega+\frac{k\cdot\sin\beta}{2\Omega}v_\perp^2\,b+s\varkappa}+ \tag{2}$$

$$+\frac{\left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2-1\right]\varkappa^2}{4\Omega^2}\frac{\partial f_0}{\partial v_\perp^2}J_0^2(\xi_1)\cdot J_0^2(\xi_2)\cdot\sin^2\beta\times$$

$$\times\sum_{s=-\infty}^{\infty}\frac{sJ_s^2(\xi_3)}{m\Omega-\omega+\frac{k\sin\beta}{2\Omega}v_\perp^2\,b+s\varkappa}\Bigg\}\,d\,v_\perp^2\,,$$

где G — гравитационная постоянная, M_S — масса звезды, a_1, a_2 — довольно громоздкие функции координаты r [6], $J_s(\xi)$ — функции Бесселя I рода, $\xi_1=\frac{v_\perp^2\;a_2k\sin\beta}{2\varkappa^2r}$, $\xi_2=\frac{v_\perp^2\;a_1k\cos\beta}{\varkappa^2r}$, $\xi_3=\frac{kv_\perp}{\varkappa}$, $k=[k_r^2+$

$$+(2\Omega/\varkappa)^2k_\varphi^2]^{1/2},\;k^*=(k_r^2+k_\varphi^2)^{1/2},$$

k_φ, k_r — азимутальное и радиальное волновые числа, $\beta=\operatorname{arctg}\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\frac{k_\varphi}{k_r}\right)$, $1/4\ll a_1\ll 1/2$, $1\leqslant a_2\leqslant 5/4$. Полагая функцию распределения равной

$$f_0=\frac{2\Omega n}{\pi\varkappa c^2}\exp\{-v_\perp^2/c^2\},$$

$c^2=2c_r^2$, c_r — дисперсия остаточных радиальных скоростей, и удерживая в сумме s слагаемые $|s|\leqslant 1$, считая ξ_1, ξ_2, $\xi_3<1$, приводим дисперсионное уравнение (2) к виду

$$\left(\frac{k^*}{4\pi G\sigma}-\frac{a_3k^2c^2}{\varkappa^4r^2}-\frac{1}{8}\frac{k^4c^2}{\varkappa^4}\right)\nu^3+\Big\{-kB_1-$$

$$-\frac{k^2Bc^2}{2\varkappa^2}+\frac{a_3k^3c^4}{\varkappa^4r^2}\big(B_1-2B_2\big)\Big\}\nu^2+\Big\{-\frac{k^*}{4\pi G\sigma}+$$

$$+\frac{k^2}{2\varkappa^2}\left(1-B_2+\frac{2a_3c^2}{\varkappa^2r^2}\right)-\frac{k^4c^2}{8\varkappa^4}\Big[1-2B_3+ \tag{3}$$

$$+\frac{12a_3c^2}{\varkappa^2r^2}(1-B_3)-4B(B_1-2B_2)\varkappa^2c^2\Big]\Big\}\nu+kB_1-$$

$$-\frac{k^2c^2}{2\varkappa^2}\left[B_1-B_2+\frac{2a_3c^2}{\varkappa^2r^2}(B_1-2B_2)\right]=0,$$

где

$$B=\frac{\sin\beta}{2\Omega\varkappa}b,\quad B_1=\frac{\sin\beta}{2\varkappa^2}\frac{d\ln\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\sigma\right)}{dr},$$

$$B_2=\frac{\sin\beta}{2\varkappa^2}\frac{d\ln c^2}{dr},\;B_3=\frac{\varkappa^2}{4\Omega^2}\left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2-1\right]\sin^2\beta,$$

$$a_3=\frac{1}{4}a_2^2\sin^2\beta+a_1^2\cos^2\beta,\quad\nu=\frac{m(\Omega_p-\Omega)}{\varkappa},$$

Ω_p — скорость вращения спирального узора, σ — поверхностная плотность.

Неустойчивые решения отсутствуют при отрицательности дискриминанта кубического уравнения (3), что и дает критическую дисперсию хаотических скоростей звезд, необходимую для подавления неустойчивости неосесимметричных возмущений потенциала диска с конечным, но малым углом закрутки:

$$c_r\geqslant c_{T3}=c_{T2}[1+Z]\cdot\left(1-\frac{1}{2}B_3\right)\Big\{1-\left(1-\frac{1}{2}B_3\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1{,}5}{\varkappa^2r^2}-\frac{0{,}25\sin^2\beta}{\Omega^2}\frac{d\ln\left(\frac{2\Omega\sigma}{\varkappa c^4}\right)}{dr}\frac{d\ln\varkappa}{dr}\right)c_{T2}^2\Big\}, \tag{4}$$

здесь

$$c_{T2} = c_{T1}\left[1 + \left\{\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right\}\sin^2\delta\right]^{1/2},\quad c_{T1} = \frac{3{,}4G\sigma}{\varkappa},$$

$$Z = 1{,}9\left[\frac{3{,}4G\sigma}{\varkappa^2}\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2\sin\delta\cdot\frac{d\ln\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\sigma\right)}{dr}\right]^{2/3},$$

$$A = 1 + \left[\left(\frac{2\Omega}{\varkappa}\right)^2 - 1\right]\sin^2\delta,\quad \sin\delta = k_\varphi/k^*,$$

$B_3 = 1 - 1/A$, т. е. меньше единицы при дифференциальном вращении. Из формулы [4] видно, что дифференциальное вращение играет дестабилизирующую роль из-за эллиптичности эпициклов (см. выражение для c_{T2}) и оказывает относительно стабилизирующее воздействие (см. множитель $2\Omega/\varkappa$ при σ в выражении для Z, а также выражение B_3). Относительное стабилизирующее воздействие дифференциального вращения отмечено в численных экспериментах [7]. Из (4) в локально однородном приближении ($Z = 0$) и при пренебрежении дифференциальностью вращения получаем критерий Тоомре в постэпициклическом приближении. Пренебрегая поправками второго порядка, т. е. приравнивая выражение в фигурной скобке единице, и считая $B_3 = 0$, из (4) находим критерий, соответствующий приведенному в [3].

Из (4) видно, что осцилляции с удвоенной эпициклической частотой оказывают стабилизирующее [8], а систематический дрейф — дестабилизирующее влияние на устойчивость диска. Влияние дифференциальности вращения, как уже отмечалось, двоякое. Поправки второго порядка существенны, как и предполагалось, в центральных областях звездных дисков, где размер орбиты сравним с размером кориолисова «кружка», т. е. $(\pi G\sigma/\varkappa^2 r) \approx 1$. Из-за нелинейной зависимости фоновой функции распределения от дисперсии скоростей в первом порядке по параметру r_{cor}/L ($r_{cor} = \frac{c_{T1}}{\varkappa}$, L — характерный размер пространственной неоднородности) градиент дисперсии не входит в выражение для критической дисперсии.

К новым динамическим эффектам ведет учет тангенциальных сил в дифференциально вращающемся, пространственно неоднородном диске (факторы A, Z). Для слабо закрученных крупномасштабных спиральных узоров снижается редуцирующее влияние $\sin\delta$ в этих факторах с ростом угла δ. Однако к анализу открытых, сильно нестационарных мод критерий (4) не применим в силу выбранного приближения, и поскольку момент фоновых орбит считается постоянным, а сама орбита остается близкой к круговой. Существование почти круговых орбит обеспечивается массивным гало.

Критерий (4) указывает на возможную гравитационно-звуковую неустойчивость диска по отношению к неосесимметричным возмущениям в системах, где отсутствуют резонансы, если $c_r < c_{T3}$. Существование такой неустойчивости в гидродинамическом пределе показано в работе [9] путем экстраполяции асимптотического решения на масштабы возмущений, превышающие критическую длину Тоомре ($\lambda_{cr} = \frac{4\pi^2 G\sigma}{\varkappa^2}$). Оказалось, что маржинальная кривая в плоскости (c_r, λ) изменяет свою параболическую форму с ростом численного значения параметра J, аналогичного параметру A в нашем рассмотрении, становясь монотонно возрастающей функцией $Q(\lambda)$. Такой же эффект имеет место и для дисперсионного уравнения (3).

По-видимому, в области существования тугозакрученных узоров значение c_r околокритическое. Инкремент пропорционален $\sqrt{c_{T3}^2 - c_r^2}$ для наиболее неустойчивых мод $kr_{cor} \approx 1$ (что легко можно увидеть из дисперсионного уравнения). Например, для нашей Галактики фактор Z в критерии (4) равен 0,11 при $\delta = 10°$ и 0,17 — при $\delta = 20°$, а фактор A — соответственно 1,04 и 1,19 [10]. Фактор Z для галактики M 33 равен 0,15, а фактор A — 1,19 при $\delta = 31°$ [11]. Следовательно, критическое значение обобщенного параметра Тоомре $Q_g = c_{T3}/c_{T1}$ может отличаться от единицы в области существования нормальных галактических спиралей и не очень заметно.

Институт астрофизики
Академии наук Таджикской ССР

Поступило 15 VII 1987

ЛИТЕРАТУРА

1. Toomre A.— Astrophys. J., 1964, v. 139, p. 1217.
2. Lin C. C., Shu F. H. — Astrophys. J., 1964, v. 140, p. 646.
3. Морозов А. Г.— Астрон. ж., 1980, т. 57, с. 681.
4. Goldreich P., Tremain S.— Astrophys. J., 1979, v. 233, p. 857.
5. Максумов М. Н.— Бюл. Ин-та астрофиз. АН ТаджССР, 1974, № 64, с. 3; 1980, № 69—70, с. 3.
6. Иванникова Е. И., Максумов М. Н. — Докл. АН ТаджССР, 1985, т. 28, № 11, с. 631.
7. Чалов С. В. — Астрон. ж., 1982, т. 59, с. 1081.
8. Гривнев Е. М., Иванникова Е. И., Максумов М. Н.— Тез. докл. конф. «Структура галактик и звездообразование».— Киев, 1983, с. 10.
9. Lau Y. Y., Bertin G.— Astrophys. J., 1978, v. 226, p. 508.
10. Куликовский П. Қ.— Звездная астрономия.— М.: Наука, 1978.
11. Courtes G. & others — Annales d'Astrophysique, 1968, v. 31, p. 63.

Е. И. ИВАННИҚОВА, М. Н. МАХСУМОВ

КРИТЕРИЯИ ЛОКАЛИИ УМУМИҚАРДАШУДАИ УСТУВОРИИ ҒРАВИТАЦИОНӢ БАРОИ ҚУРСҲОИ ТУНУКИ СИТОРАВИИ БЕЗАДУХӮРД

Критерияи устуворӣ дар маънои Тоомре барои қурси ситоравӣ, ки дар вай зичӣ ва суръати чархзанӣ аз координата вобаста мебошанд, ёфта шудааст. Дар ҳаракати ситораҳо эффектҳои тартиби дуюм, осцилляцияҳо бо басомади дучанди эпициклӣ ва сайр (дрейф) аз сабаби дифференциальнокии чархзанӣ, ба назар гирифта шудаанд. Анизотропия дар тақсимоти суръатҳои боқимондаи хаотикӣ (СБХ — яъне фарқи суръати пурраи ситора аз суръати даврагии вай) инчунин ба назар гирифта мешавад. Нишон дода шудааст, ки қурс, ҳангоми ба ҳисоб гирифтани кунҷи муайяни тобхӯрии ғалаёнҳои спиралӣ, бо бузургии дисперсияи радиалии СБХ, ки вай аз ҳудуди маълуми Тоомреро зиёд мебошад, ба ҳолати устуворӣ меояд.