Доклады Академии наук Таджикской ССР,
1985, Том XXVIII, № 11

УДК 524.3/.4+524.6 **АСТРОФИЗИКА**

Е. И. ИВАННИКОВА, М. Н. МАКСУМОВ

ОРБИТЫ ЗВЕЗД В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО ВРАЩАЮЩИХСЯ ДИСКОВЫХ ГАЛАКТИКАХ

(Представлено академиком АН Таджикской ССР О. В. Добровольским 18 VI 1985)

В звездных дисках, как и во всех динамических системах, существует тесная взаимосвязь между характером движения звезд-частиц и свойствами всей системы в целом. От него зависит устойчивость диска [1]. Особую роль при этом играют дрейфовые движения звезд в дифференциально вращающихся галактиках и эллиптичность эпициклов.

Как показано рядом авторов, эллиптичность эпициклов и неизотропность распределения остаточных скоростей звезд есть следствие дифференциальности вращения [2, 3]. В этой статье мы приведем орбиты с точностью до слагаемых второго порядка малости по степеням эпициклов (эксцентриситета орбиты) включительно для звездного диска с шварцшильдовским законом распределения остаточных скоростей:

$$f \sim \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{v^2_r}{c^2_r}+\frac{v^2_\varphi}{c^2_\varphi}\right)\right\},$$

v_r, v_φ — радиальная и тангенциальная остаточные скорости в цилиндрической галактоцентрической системе координат, c_r, c_φ — соответствующие дисперсии скоростей. Ось Z совпадает с осью вращения диска. Начало системы координат совпадает с центром вращения.

Известно ([2], стр. 285), что для дифференциально вращающихся систем существует определенное соотношение между значениями c_r и c_φ, а именно:

$$c_\varphi = \frac{\varkappa}{2\Omega} c_r,$$

где $\varkappa = \left[2\Omega\left(2\Omega + r\frac{d\Omega}{dr}\right)\right]^{1/2}$ — эпициклическая частота,

Ω — угловая скорость вращения.

Выделим в полной азимутальной скорости звезды V_φ круговую скорость $(\Omega \cdot r)$. Перейдем к остаточной азимутальной скорости $v'_\varphi = (2\Omega/\varkappa)v_\varphi$, так что $V_\varphi = \Omega r + \frac{\varkappa}{2\Omega} v'_\varphi$. В переменных v_r, v'_φ функция распределения симметризуется, что облегчает расчет колебаний фазовой плотности в задачах устойчивости. Вводя цилиндрические координаты в пространстве новых остаточных скоростей $v_\perp = (v^2_r + v'^2_\varphi)^{1/2}$, $\alpha = \operatorname{arctg}(v'_\varphi / v_r)$, получим следующие уравнения движения для звезд в неизотропном диске ([2], стр. 250—251):

$$\frac{dr}{dt} = v_\perp \cos\alpha,$$

(1)
$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega + \frac{v_\perp}{ar}\sin\alpha,$$

$$\frac{dv_\perp}{dt} = \left(\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \frac{v^2_\perp B}{4r}\right)\cos\alpha + \frac{a}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}\sin\alpha - \frac{v^2_\perp B}{4r}\cos 3\alpha,$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\varkappa + \frac{a}{v_\perp r}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}\cos\alpha - \left(\frac{1}{v_\perp}\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \frac{v_\perp}{a^2 r} - \frac{v_\perp B}{4r}\right)\sin\alpha + \frac{v_\perp B}{4r}\sin 3\alpha.$$

Здесь

$$a = \frac{2\Omega}{\varkappa},\ B = \frac{1}{a^2} - 1 + r\frac{d\ln a}{dr};$$

Ψ — редуцированный гравитационный потенциал, из которого вычтена часть, скомпенсированная центробежной силой. В пределе $a \to 1$ (случай слабой дифференциальности вращения) система (1) совпадает с системой (6) в работе [4]. Теперь, пользуясь методом усреднения Боголюбова — Зубарева [5], можно найти орбиты частиц, которые будут представлены в виде разложения действительного движения, описываемого координатами r, φ, $v_\perp$, α, на усредненное движение — круговое и дрейф звезд, и «дрожания» — осцилляции с частотами $\varkappa$ и $2\varkappa$. При усреднении принималось, что $\varkappa$, Ω — большие величины, имеющие одинаковый порядок (в отличие от работы [5], где большой параметр присутствовал только в одном уравнении орбит). Поэтому система (1) в обозначениях работы [5] имеет вид.

$$\frac{dx_k}{dt} = \lambda\omega_k(x) + X_k(x, \alpha),$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \lambda\omega(x) + A(x, \alpha).$$

В нашем случае $\omega_2 \equiv \Omega, \omega_1 \equiv \omega_3 \equiv 0$.

Проделывая стандартную процедуру разложения переменных в ряд и приравнивая члены одного порядка, получим для дрейфов

$$X_k^{(1)\prime} = X_k^{(1)} + \frac{1}{2}\sum_{p,q=1}^{3}\frac{\partial^2\omega_k}{\partial x_p \partial x_q}\widetilde{\xi_p^{(1)}\xi_q^{(1)}} + \sum_{p=1}^{3}\frac{\partial\omega_k}{\partial x_p}\widetilde{\xi_p^{(2)}}. \tag{2}$$

Здесь $X_k^{(1)}$ — дрейф, полученный из (25,4) [5]. Последний член справа появляется, если предположить наличие неколебательной части у $\xi_p^{(2)}$. Это связано с тем, что из-за зависимости $\varkappa$ от r и анизотропности распределения остаточных скоростей центр колебаний сдвинут на не меняющуюся со временем величину второго порядка малости $\delta r^{(2)}$ с выбранного начального радиуса r_0 [3]. Это смещение $\delta r^{(2)}$ не носит характер дрейфа, хотя зависит от $v_\perp$, $\varkappa$, a, B.

$\xi_k^{(1)}$, u_1, $\xi_k^{(2)}$ имеют следующий вид:

$$\xi_k^{(1)} = \frac{1}{\omega}\int\left(\sum_{n=1}^{3}\frac{\partial\omega_k}{\partial x_n}\xi_n^{(1)} + X_k\right)d\alpha, \tag{3}$$

$$u_1 = \frac{1}{\omega}\int\left(A + \sum_{n=1}^{3}\frac{\partial\omega}{\partial x_n}\xi_n^{(1)}\right)d\alpha, \tag{4}$$

$$\xi_k^{(2)} = \frac{1}{\omega}\int\left(\frac{\partial X_k}{\partial\alpha}u_1 + \sum_{n=1}^{3}\frac{\partial X_k}{\partial x_n}\xi_n^{(1)} + \frac{1}{2}\sum_{n,q=1}^{3}\frac{\partial^2\omega_k}{\partial x_n\partial x_q}\xi_q^{(1)}\xi_n^{(1)} + \sum_{n=1}^{3}\frac{\partial\omega_k}{\partial x_n}\xi_n^{(2)}\right)d\alpha. \tag{5}$$

Дрейф по α определяется выражением

$$\Omega'_1 = \Omega_1 + \sum_{n=1}^{3}\frac{\partial\omega}{\partial x_n}\widetilde{\xi_n^{(2)}}, \tag{6}$$

где у $\xi_n^{(2)}$ берется только неосциллирующая часть (нулевая гармоника $\xi_n^{(2)}$), а Ω_1 — дрейф, найденный в работе [5] (формула 25,11).

Найденные в результате вычислений орбиты звезд в дифференциально вращающемся диске с шварцшильдовским распределением по скоростям запишутся в следующем виде:

$$r = r_0 + \delta r^{(1)} \sin\alpha_0 - \delta r^{(2)} \cos 2\alpha_0 + \delta r^{(2)} + \frac{a}{\varkappa r}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} t - \delta r^{(1)} \sin\alpha + \delta r^{(2)} \cos 2\alpha, \tag{7}$$

где

$$\delta r^{(1)} = \frac{v_\perp}{\varkappa},\quad \delta r^{(2)} = \frac{v^2_\perp}{4\varkappa^2 r}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{B}{3} - r\frac{d\ln\varkappa}{dr}\right);$$

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{a v_\perp}{\varkappa r}\cos\alpha_0 - \left(a_1 - \frac{1}{2\varkappa}\frac{d\Omega}{dr}\delta r^{(2)}\right)\sin 2\alpha_0 + \left(\Omega - \frac{1}{a\varkappa r}\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \frac{v^2_\perp}{\varkappa r} b\right) t + \frac{a v_\perp}{\varkappa r}\cos\alpha + \left(a_1 - \frac{1}{2\varkappa}\frac{d\Omega}{dr}\delta r^{(2)}\right)\sin 2\alpha, \tag{8}$$

где

$$a_1 = \frac{v^2_\perp}{\varkappa^2 r^2}\frac{1}{4a}\left(\frac{B}{3} + 2 - r\frac{d\ln\varkappa}{dr} + \frac{ar^2}{2\varkappa}\frac{d^2\Omega}{dr^2}\right),$$

$$b = \frac{1}{2a}\left(\frac{d\ln\varkappa}{dr} + \frac{2a r\varkappa}{v^2_\perp}\frac{d\Omega}{dr}\delta r^{(2)} + \frac{ar}{2\varkappa}\frac{d^2\Omega}{dr^2} - \frac{B}{r} + 2\frac{d\ln a}{dr}\right);$$

$$v_\perp = v_{\perp 0} + \frac{v_\perp a}{2\varkappa r^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(r\frac{\partial\ln\varkappa}{\partial r}\Psi + \frac{1-a^2}{a^2} r\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right) t; \tag{9}$$

$$\alpha = \alpha_0 - (\varkappa + \varkappa_1)\, t, \tag{10}$$

где

$$\varkappa_1 = \frac{v^2_\perp}{2\varkappa}\left\{\frac{1}{2\varkappa}\frac{d^2\varkappa}{dr^2} + \frac{2\varkappa}{v^2_\perp}\frac{d\varkappa}{dr}\delta r^{(2)} + \frac{d\ln\varkappa}{dr}\left[\frac{1}{v^2_\perp}\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{B}{4}\right)\right] - \frac{1}{v^2_\perp}\Delta\Psi + \frac{1}{v^2_\perp}\frac{\partial\Psi}{\partial r}\left(\frac{B+1}{r} - \frac{3}{a^2 r}\right) - \frac{1}{a^2 r^2}\left(B - 3r\frac{d\ln a}{dr}\right) + \frac{B}{12r^2}\left(2B - 3r\frac{d\ln a}{dr}\right) + \frac{\partial B}{\partial r}\frac{1}{4r}\right\},$$

$\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$ — оператор Лапласа.

Орбиты (7—10) в первом приближении без учета дрейфов и гармоник с удвоенной эпициклической частотой дают тот же результат, что и классическое эпициклическое приближение ([6], стр. 64—65) в отличие от орбит в работе [4]. Они отличаются от линдбладовских орбит, также вычисленных с точностью до второго порядка малости, наличием дрейфовых слагаемых, причем вид орбит совпадает с линдбладовским [3] в предельных случаях твердотельного и кеплеровского вращения с точностью до сдвига фазы колебаний на $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$. Дрейф по углам φ и α обращается в нуль для тех же предельных случаев вращения, как и должно быть для замкнутых орбит [7].

Институт астрофизики
Академии наук Таджикской ССР

Поступило 3 VII 1985

ЛИТЕРАТУРА

1. Гривнев Е. М., Иванникова Е. И., Максумов М. Н. — Тез. докл. конф. «Структура галактик и звездообразование». Киев: Изд. Киев. госун-та, 1983, с. 10.
2. Огородников К. Ф. Динамика звездных систем. М.: Физматгиз, 1958,
3. Линдблад Б. — В кн.: Строение звездных систем. М.: ИЛ, 1962, с. 80.
4. Максумов М. Н. — Бюлл. Ин-та астрофизики АН ТаджССР, 1974, № 64, с. 3.
5. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.
6. Рольфс К. Лекции по теории волн плотности. М.: Мир, 1980.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М.: Наука, 1973, с. 55.

Е. И. ИВАННИКОВА, М. Н. МАХСУМОВ

МАДОРИ СИТОРАҲО ДАР ГАЛАКТИКАҲОИ ҚУРСИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛӢ ЧАРХЗАНАНДА

Бо усули миёнагузорӣ дар қурсӣ, қонуни шварцшильдии тақсимоти суръатҳои боқимондан ситораҳо дошта, мадорҳои ситораҳо бо саҳеҳии дохил то ҷамъшавандаҳои тартиби дуюми хурди нисбат ба дараҷаҳои эпициклҳо (эксцентриситети мадор) ёфта шудаанд. Мадори ситораҳо ҷамъшавандаҳои сайриро (дрейфи) дарбар мегиранд.